



## 1. Identificación

### 1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2021/2022
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS y PROG CONJUNTA DE ESTUDIOS OFICIALES GRADO MATEMÁTICAS Y GRADO ING. INFORMÁTICA
Nombre de la Asignatura	ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
Código	6085
Curso	SEGUNDO y SEGUNDO(IC)
Carácter	OBLIGATORIA
N.º Grupos	2
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	2 Cuatrimestre y 2 Cuatrimestre(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

### 1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura TERESA MARIA SIGNES SIGNES	Área/Departamento	ANÁLISIS MATEMÁTICO/MATEMÁTICAS
	Categoría	PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico / Página web / Tutoría electrónica	tmsignes@um.es  www.um.es/teresa  Tutoría Electrónica: Sí



Grupo de	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
Docencia: 1 y 9 Coordinación de los grupos: 1 y 9(IC)	Lugar de atención al alumnado	Anual	Lunes	16:00- 18:00	868887599, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.031	Despacho 0.03 o tutoría con zoom
		Anual	Miércoles	16:00- 18:00	868887599, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.031	Despacho 0.03 o tutoría con zoom

## 2. Presentación

Esta asignatura representa el primer contacto en el grado de matemáticas con las ecuaciones diferenciales ordinarias. Se trata de ecuaciones en las que se relaciona una función (la incógnita) con una o más de sus derivadas. Como en cualquier ecuación el primer impulso es resolverla, es decir, encontrar sus soluciones, pero pronto se descubre que esa idea es vana: la mayor parte de ecuaciones diferenciales ordinarias no se pueden resolver, es decir, no tenemos métodos para encontrar explícitamente sus soluciones. A pesar de ello una primera parte del trabajo consistirá en conocer los métodos de cálculo de soluciones para algunas de las familias de ecuaciones más sencillas.

Otro aspecto muy importante es el de las aplicaciones; las ecuaciones diferenciales ordinarias representan uno de los capítulos de las matemáticas más directamente relacionados con otras ciencias, baste decir, por ahora, que la ecuación de Newton de la mecánica clásica es una ecuación diferencial ordinaria.

Finalmente se desarrollará una parte teórica que mostrará resultados que garanticen la existencia de soluciones, la unicidad de las mismas y algunas propiedades analíticas de las mismas soluciones (esto, naturalmente, sin disponer de las soluciones explícitas).



Un aspecto interesante de la asignatura es que necesita conocimientos de varias asignaturas del grado ya cursadas anteriormente: funciones de una y varias variables, espacios métricos y normados, álgebra lineal, física,...

### 3. Condiciones de acceso a la asignatura

#### 3.1 Incompatibilidades

No consta

#### 3.2 Recomendaciones

No hay condiciones legales de acceso, pero se recomienda un buen conocimiento de las asignaturas Funciones de una variable real I y II, Funciones de varias variables reales I y Álgebra Lineal.

### 4. Competencias

#### 4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

#### 4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2. Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4. Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.



- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE5. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

#### 4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. CM1. Conocer el significado geométrico de las edo y distinguir entre varios tipos (CG1, CG6, CG8, CG10, CE6)
- Competencia 2. CM2. Distinguir entre las distintas aproximaciones al estudio y resolución de las edo: resolución explícita, estudio cualitativo y resolución numérica (CG1, CG2, CG6, CG9, CG11, CE1, CE5, CE6)
- Competencia 3. CM3. Conocer y manejar ejemplos de aplicación de las edo a modelos de las ciencias experimentales, sociales, económicas e ingenierías (CG1, CG2, CG5, CG6, CG12, CE1, CE2, CE5, CE6)
- Competencia 4. CM4. Aprender métodos que permitan resolver por cuadraturas diversas familias de edo (CG1, CG2, CG6, CG8, CG11, CG12, CE1, CE5, CE6)
- Competencia 5. CM5. Conocer los resultados más relevantes sobre existencia y unicidad de edo (CG1, CG2, CG6, CG8, CG9, CG10, CG12, CE5, CE6)
- Competencia 6. CM6. Conocer la definición de exponencial de un operador lineal sobre un espacio vectorial e dimensión finita y sus propiedades. Saber utilizarlo para obtener las soluciones de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes y saber calcularla en cada caso (CG8, CG10, CE1, CE3, CE6)
- Competencia 7. CM7. Reconocer y resolver sistemas lineales de edo con coeficientes constantes (homogéneos y completos) y ecuaciones escalares lineales con coeficientes constantes y orden superior al primero (CG1, CG2, CG6, CG12, CE1, CE5)
- Competencia 8. CM8. Entender y saber utilizar las propiedades fundamentales de las soluciones: prolongabilidad, dependencia respecto a parámetros y condiciones iniciales. (CG1, CG2, CG6, CG9, CE5, CE6)

### 5. Contenidos

#### TEMA 1. Introducción



Diferentes tipos de ecuaciones en Matemáticas. Primeras definiciones. Solución de una ecuación, órbita y trayectoria de un punto. Campos de vectores y campos de direcciones. Método de las isoclinas. Problema de Cauchy para las ecuaciones diferenciales ordinarias escalares y vectoriales. Cambios de variable.

#### TEMA 2. Métodos de resolución de EDO

Variables separables. Ecuaciones homogéneas y reducibles a ellas. Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuaciones de Bernoulli y de Riccati. Ecuaciones exactas y factores integrantes.

#### TEMA 3. Aplicaciones de las EDO de primer orden

Ley de desintegración radiactiva. Ley de enfriamiento de Newton. Crecimiento de poblaciones. Diferentes situaciones de la segunda Ley de Newton. La braquistócrona. La catenaria. Curvas de persecución. Aplicaciones geométricas. Haces de familias de curvas, haces isogonales.

#### TEMA 4. Ecuaciones y sistemas diferenciales lineales y aplicaciones

Teoremas de existencia y unicidad. Estructura y naturaleza de las soluciones. Matrices fundamentales. Sistemas lineales no homogéneos. Variación de las constantes. Ecuaciones diferenciales lineales de orden  $n$ . Ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Exponencial de una matriz: propiedades, forma de las soluciones de sistemas de ecuaciones con coeficientes constantes en términos de la exponencial de una matriz. Cálculo a través de la forma de escritura de una matriz como suma de semisimple y nilpotente que conmutan. Estructura de soluciones en base a la forma canónica de Jordan (real y/o compleja). Atractores, repulsores, subespacios invariantes. Clasificación de sistemas por conjugación lineal. Caso bidimensional. Aplicaciones: ecuaciones lineales de orden dos, osciladores mecánicos y circuitos eléctricos RLC. Resonancia.

#### TEMA 5. Teoría de existencia y unicidad. Prolongación. Dependencia de parámetros y de valores iniciales

Existencia y unicidad de soluciones. Equivalencia entre ecuaciones diferenciales y ecuaciones integrales. Teoremas de Picard local y global para funciones lipschitzianas. Teoremas de Peano (enunciado). Prolongación de soluciones. Comportamiento en los extremos de las soluciones no prolongables. Dependencia de las soluciones con relación a valores iniciales y a parámetros. Lema de Gronwall. Lema de Hadamard.



## PRÁCTICAS

Práctica 1. Prácticas con software matemático: Relacionada con los contenidos Tema 2, Tema 3 y Tema 4

En clases teóricas y de problemas se recurrirá con cierta frecuencia a software matemático, tanto para resolver ecuaciones, como para visualizar soluciones y órbitas. Los estudiantes tendrán que adquirir una cierta soltura de estas herramientas, a través de algunos ejercicios.

## 6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
AF1. Exposición teórica-práctica / Clase magistral de teoría-problemas	1.1 Actividades de clase expositiva. Se desarrollará la teoría de la asignatura y se ilustrará con los problemas adecuados.	30	0	30.00
AF3 Resolución de problemas / Seminarios / Exposición y discusión de trabajos	1.3 Seminarios. El docente y los estudiantes resolverán problemas que previamente se hayan propuesto.  En algunas de las sesiones de dos horas, los estudiantes podrán trabajar, individualmente o en pequeños grupos, tutorizados por el profesor realizando tareas, ejercicios o problemas propuestos.	25	0	25.00



Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
AF5. Trabajo autónomo del alumno	<p>Trabajo autónomo del alumno: El trabajo autónomo personal (que puede combinarse con el trabajo en grupo) realizado con constancia y regularidad es el complemento necesario para las actividades anteriores. Se alimenta de ellos y es imprescindible para poder sacarles partido. El esfuerzo se dedicará unas veces a afianzar la comprensión o memorización de las clases magistrales, otras a preparar los talleres o a revisar a posteriori aquellos aspectos que no se terminaron de comprender bien y otras, en fin, a realizar las tareas de problemas o prácticas que se hayan propuesto.</p> <p>El estudio de las matemáticas es una tarea que requiere mucho tiempo de reflexión serena, personal, silenciosa...</p> <p>El estudiante debe ir aprendiendo a ser consciente de ello, a saber «aguantar» horas de estudio y reflexión, que a veces pueden ser, incluso, aparentemente improductivas. Los talleres de problemas representan una fórmula mixta, en la que se desea facilitar y aprender el hábito del trabajo autónomo con la presencia del profesor y los compañeros.</p>		95	95.00
	Total	55	95	150



Docencia en presencialidad adaptada

Las actividades formativas en la modalidad de docencia en presencialidad adaptada

seguirán lo dispuesto en el Plan de Contingencia 4 de la Facultad de Matemáticas para el curso 2021/2022, o en aquellos que lo sustituyan.

## 7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2021-22#horarios>

## 8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Exámenes (escritos u orales)
Criterios de Valoración	<p>Los alumnos podrán optar a la evaluación global o continua.</p> <p>La evaluación global consistirá en un examen de teoría/problemas.</p> <p>La evaluación continua consistirá en un examen de teoría/problemas (ponderación 80%) y cuatro tests intermedios (ponderación 5% cada test).</p> <p>Si las circunstancias y evolución de la situación general docente no permite la realización de los cuatro test intermedios la ponderación de los test no realizados pasará a la ponderación del examen de teoría/problemas (ponderación 5% por cada test no realizado).</p>
Ponderación	90
Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	
Ponderación	0



Métodos / Instrumentos	Presentación de trabajos
Criterios de Valoración	Exposición oral y entregables.  Claridad en la exposición, evaluando tanto la asimilación de contenidos, el formalismo y su presentación, como la honestidad en el desarrollo del trabajo.
Ponderación	10

### Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2021-22#examenes>

## 9. Resultados del Aprendizaje

- Conocer el significado geométrico de las ecuaciones diferenciales ordinarias y ser capaz de distinguir entre varios tipos.
- Estudiar varios ejemplos de aplicación de ecuaciones diferenciales ordinarias a varios modelos de las ciencias experimentales, sociales, económicas e ingenierías y aprender a realizar interpretaciones.
- Aprender a resolver por cuadraturas diversas familias de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Calcular con cuidado y sentido, utilizando los conocimientos teóricos para detectar las incoherencias y mediante ellas los posibles errores de cálculo.
- Conocer los resultados más relevantes sobre existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias y unicidad o no de soluciones.
- Reconocer y saber resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes (homogéneos y no homogéneos) y ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden superior al primero (homogéneas y no homogéneas).
- Entender y saber utilizar las propiedades fundamentales de las soluciones: prolongabilidad, dependencia de parámetros y condiciones iniciales.

## 10. Bibliografía

### Bibliografía Básica



-  M. de Guzmán, Ecuaciones diferenciales ordinarias : teoría de estabilidad y control. Alhambra, Madrid, 1975.
-  M. de Guzmán, I. Peral, M. Walias, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, Alhambra, Madrid, 1980.
-  Fernández Pérez, Carlos (matemático), Ecuaciones diferenciales y en diferencias : sistemas dinámicos(2003) ,Thomson, 2003.
-  Arnold, V.I. Équations Différentielles ordinaires. Mir, 1974.
-  Braun, M. Differential Equations and their Applications. Springer-Verlag (1993)
-  Kiseliiov A., Krasnov M., Makarenko G. Problemas de Ecuaciones Diferenciales. Editorial Mir (1997)
-  Simmons, G.F. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas. Mc.Graw Hill (2000)
-  Jiménez López V. Ecuaciones Diferenciales: Cómo aprenderlas, cómo enseñarlas. Sección de Publicaciones de la Universidad de Murcia (2000)
-  Sotomayor, J. Lições de Equações Diferenciais Ordinarias. IMPA, 1979. Obra agotada: el profesor dispone de una copia a disposición de los estudiantes.
-  Zill, D.G. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Editorial Thomson (2002)
-  S. Novo, R. Obaya, J. Rojo. Ecuaciones y sistemas diferenciales. MgGraw Hill, Madrid, 1995.
-  Marcellán,F., Casasús, L. y Zarzo, A. Ecuaciones Diferenciales. Problemas Lineales y Aplicaciones. Mc-Graw Hill, 1990.
-  Coddington E., Levinson N. Theory of Ordinary Differential Equations. Mc Graw Hill (1955)
-  Hirsch, M. W. y Smale, S. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal. Alianza Universidad Textos, 1983.
-  W. E. Boyce, R. C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, Noriega Editores, cop.1998.



## 11. Observaciones y recomendaciones

1- UTILIZACIÓN DE MEDIOS FRAUDULENTOS: Cuando proceda se aplicará el Artículo 22 del Reglamento de Evaluación de la UMU sobre conductas fraudulentas en las pruebas de evaluación.

2- NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES. Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, con la LOPD, es de estricta confidencialidad.