



1. Identificación

1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2021/2022
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS y PROG CONJUNTA DE ESTUDIOS OFICIALES GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN FÍSICA y PROG CONJUNTA DE ESTUDIOS OFICIALES GRADO MATEMÁTICAS Y GRADO ING. INFORMÁTICA
Nombre de la Asignatura	ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA
Código	6071
Curso	PRIMERO y PRIMERO(IC)
Carácter	FORMACIÓN BÁSICA
N.º Grupos	4
Créditos ECTS	12
Estimación del volumen de trabajo del alumno	300
Organización Temporal/Temporalidad	A Anual y A Anual(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura CLAUDIO BUSQUE ROCA	Área/Departamento	ÁLGEBRA/MATEMÁTICAS
	Categoría	PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico /	cbusque@um.es
	Página web / Tutoría electrónica	Tutoría Electrónica: SÍ



Grupo de Docencia:	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
1, 2, 9 y A Coordinación de los grupos:1,2,9(IC) y A(IC)	Lugar de atención al alumnado	Primer Cuatrimestre	Lunes	17:00- 18:00	868884178, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.043	Videconferencia en https:// murcia.zoom.us/ my/ claudi.busque
		Primer Cuatrimestre	Martes	09:00- 11:00	868884178, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.043	Despacho 0.13
		Primer Cuatrimestre	Miércoles	17:00- 18:00	868884178, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.043	Videconferencia en https:// murcia.zoom.us/ my/ claudi.busque
SERGIO ESTRADA	Área/Departamento	ÁLGEBRA/MATEMÁTICAS				
DOMINGUEZ	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD				
Grupo de Docencia:	Correo Electrónico /	sestrada@um.es				
1, 2, 9 y A	Página web / Tutoría	webs.um.es/sestrada				
	electrónica	Tutoría Electrónica: SÍ				



	Teléfono, Horario y Lugar de atención al alumnado	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
		Anual	Miércoles	14:00- 17:00	868888785, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.010	Videconferencia en https://murcia.zoom.us/j/868888785

2. Presentación

El Álgebra Lineal y su aplicación a la Geometría Afín y Euclídea es un pilar básico de las Matemáticas y de la Ciencia en general. Sus conceptos y métodos, básicos o avanzados, se requieren para el desarrollo de numerosas ramas del Álgebra, el Análisis Matemático, la Geometría, la Estadística, o la Investigación Operativa, lo que justifica plenamente su inclusión como asignatura básica de primer año del Grado. En esta asignatura se desarrollarán los conceptos y herramientas básicos del álgebra lineal y se aplicarán a la geometría lineal.

En asignaturas posteriores de la titulación los estudiantes necesitarán usar estos conocimientos y deberán también desarrollar a partir de ellos otros más sofisticados, por lo que tan importante como manejar los métodos debe ser comprender bien los conceptos que hay detrás de ellos.

Un objetivo general de la asignatura, compartido con otras del primer año, es el de introducir a los alumnos en el método y en el lenguaje matemáticos: Deben ir avanzando progresivamente en su capacidad de leer, analizar, comprender y reproducir razonamientos, distinguiendo las ideas básicas de los aspectos más rutinarios, e identificando posibles errores. Así mismo, han de desarrollar un grado de experiencia e intuición relativas a las nociones básicas de la asignatura que les permitan afrontar cuestiones sencillas con pequeñas demostraciones, ejemplos o contraejemplos.

El objetivo más específico consiste en desarrollar las competencias de la asignatura que se detallan en el apartado correspondiente.



3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1 Incompatibilidades

No consta

3.2 Recomendaciones

Es recomendable un cierto dominio de los conceptos básicos de Álgebra Lineal y geometría del plano y del espacio que se incluyen en el currículum de Bachillerato, aunque todos estos conceptos serán tratados con detalle en la asignatura.

4. Competencias

4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.



- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. Conocer la definición y ejemplos básicos de espacios y subespacios vectoriales.
- Competencia 2. Conocer los conceptos de suma, intersección y suma directa de subespacios. Conocer el concepto de espacio cociente.
- Competencia 3. Comprender y relacionar los conceptos de (in)dependencia lineal, conjunto generador, base y dimensión y coordenadas (en dimensión finita).
- Competencia 4. Saber calcular coordenadas (directamente en bases sencillas y usando matrices de paso en otros casos, siempre en dimensión finita).
- Competencia 5. Trabajando en coordenadas, saber usar los métodos matriciales conocidos para calcular bases, ecuaciones (paramétricas e implícitas), complementarios, intersecciones y sumas de subespacios.
- Competencia 6. Conocer los conceptos de aplicación lineal, núcleo e imagen, así como ejemplos y propiedades.
- Competencia 7. Entender la importancia de la determinación de una aplicación lineal por las imágenes de una base. Conocer el concepto de espacio dual.
- Competencia 8. Manejar expresiones matriciales de aplicaciones lineales, la relación entre composición de aplicaciones y producto de matrices y la fórmula del cambio de base.
- Competencia 9. Saber calcular expresiones matriciales de aplicaciones lineales a partir de ciertos conjuntos de datos. Usar estas expresiones matriciales para calcular núcleos, imágenes, imágenes inversas y composiciones.
- Competencia 10. Discutir y, en su caso, resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Competencia 11. Conocer y relacionar los conceptos de vectores y valores propios y diagonalización (para endomorfismo y para matrices). Entender el proceso como una búsqueda de bases para las que la acción del endomorfismo (o su matriz) es sencilla.
- Competencia 12. Calcular valores y vectores propios de matrices, determinar si son diagonalizables por semejanza y, en ese caso, calcular formas diagonales, bases de vectores propios y matrices de paso. Conocer algunas aplicaciones de la diagonalización (potencias de matrices, sucesiones recurrentes).
- Competencia 13. Entender la necesidad de un concepto que resuelva el problema de la "no-diagonalizabilidad" de muchas matrices. Conocer las nociones básicas sobre matrices de Jordan, y saber calcular formas de Jordan y matrices de paso en casos muy sencillos.
- Competencia 14. Conocer la noción de espacio afín y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en un sistema de referencia cartesiano: Puntos, vectores, variedades lineales afines, paralelismo e incidencia.
- Competencia 15. Conocer la noción de aplicación afín y su su representación matricial. Conocer ejemplos de transformaciones afines y ser capaz de encontrar sus ecuaciones en un referencial.



- Competencia 16. Conocer la noción de espacio vectorial euclídeo y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en una base ortonormal: Productos escalares, normas, ángulos, ortogonalidad de vectores y de subespacios, proyección ortogonal.
- Competencia 17. Conocer la noción de transformación ortogonal y su representación matricial en una base ortonormal. Saber clasificar transformaciones ortogonales en dimensiones 2 y 3, determinando sus elementos fundamentales.
- Competencia 18. Conocer la noción de espacio afín euclídeo y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en un sistema de referencia ortonormal: Puntos, vectores, distancias entre puntos y variedades, variedades ortogonales, proyección ortogonal.
- Competencia 19. Conocer la noción de isometría y su representación matricial en un referencial ortonormal. Saber clasificar isometrías en dimensiones 2 y 3, determinando sus elementos fundamentales.
- Competencia 20. Desarrollar la intuición geométrica relativa a los conceptos anteriores y aprender a combinarla con el rigor en los argumentos.
- Competencia 21. Plantear y resolver problemas geométricos relativos a los contenidos de la asignatura, especialmente en el plano y en el espacio, distinguiendo el contexto afín del afín euclídeo y usando métodos vectoriales o coordenadas en un referencial conveniente.
- Competencia 22. Ser capaz de abordar cuestiones sencillas sobre los conceptos desarrollados en la asignatura, proponiendo demostraciones o contraejemplos según proceda.

5. Contenidos

TEMA 1. Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

Sistemas de ecuaciones lineales. Matrices. Ecuaciones y matrices. Método de Gauss.

TEMA 2. Espacios vectoriales

Definición y ejemplos. Subespacios vectoriales. Combinaciones lineales, generadores. Bases, dimensión. Coordenadas, matriz de cambio de base. Operaciones con subespacios.

TEMA 3. Aplicaciones lineales

Definición y ejemplos. Aplicaciones lineales y subespacios, núcleo, imagen, rango, determinación de una aplicación lineal. Matriz asociada a una aplicación lineal, matrices equivalentes. Aplicaciones lineales y sistemas de ecuaciones, Teorema de Rouché-Frobenius. El espacio de las aplicaciones lineales, espacio dual.

TEMA 4. Determinantes y sistemas de ecuaciones

Determinante de una matriz, propiedades. Matriz adjunta, cálculo de la inversa por determinantes. Cálculo del rango de una matriz por determinantes. Regla de Cramer. Ecuaciones de subespacios.

TEMA 5. Diagonalización y formas canónicas



Semejanza de matrices. Matrices y endomorfismos diagonalizables. Subespacios invariantes. Vectores y valores propios. Caracterización de los endomorfismos y matrices diagonalizables. Aplicaciones. Introducción a las formas de Jordan de matrices.

TEMA 6. Espacios afines

Espacios afines. Sistemas de referencia y coordenadas. Variedades lineales afines: dirección, dimensión, ecuaciones, paralelismo, intersecciones y sumas.

TEMA 7. Transformaciones afines

Aplicación afín y aplicación lineal asociada; representación matricial. Transformaciones afines; puntos fijos. Traslaciones, homotecias, proyecciones y simetrías.

TEMA 8. Espacios vectoriales euclídeos

Espacios vectoriales euclídeos: Producto escalar, normas y ortogonalidad. Bases ortogonales. Ortogonalidad de subespacios, complemento ortogonal, proyección ortogonal.

TEMA 9. Transformaciones ortogonales. Ángulos

Transformaciones ortogonales y matrices ortogonales, transformaciones positivas y negativas. Clasificación en dimensión menor o igual que tres. Ángulos, orientación, producto vectorial.

TEMA 10. Espacios afines euclídeos

Espacios afines euclídeos. Variedades perpendiculares, distancia entre puntos y variedades.

TEMA 11. Movimientos

Movimientos; ejemplos con puntos fijos y sin puntos fijos. Clasificación en dimensión menor o igual que tres. Composición de movimientos.



6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Clases de teoría	El profesor desarrollará en las horas presenciales previstas los aspectos teóricos del programa, intercalando ejemplos y ejercicios que orienten al alumno en su aprendizaje autónomo. Se suministrarán con antelación materiales y referencias adecuados. Ocasionalmente, advirtiéndole de que se trata de materia no evaluable, se intercalarán comentarios sobre aplicaciones, extensiones de la materia que puedan ser asequibles para los alumnos más interesados y se introducirá en el uso de algún programa informático de cálculo simbólico o geometría dinámica y sus aplicaciones para la visualización de algunos aspectos del programa teórico y de algunos problemas.	69	69	138.00
Clases de problemas	Se entregarán periódicamente y con antelación relaciones de problemas que se resolverán en clase por el profesor o los alumnos.	18	44	62.00
Talleres y seminarios de resolución de problemas	Los alumnos, individualmente o en grupos reducidos y supervisados por los profesores, trabajarán sobre problemas propuestos.	18	44	62.00



Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Tutorías	Las tutorías servirán para consultar y discutir con el profesor los aspectos teóricos y prácticos del programa, y deben entenderse por los alumnos como un aspecto relevante en su proceso de aprendizaje.	9	0	9.00
Pruebas de evaluación	Ver observaciones	6	20	26.00
Prácticas con ordenador	En algunos momentos de las clases de teoría y problemas se indicarán las opciones que ofrece un programa de cálculo simbólico para realizar cálculos relacionados con la asignatura.	0	3	3.00
	Total	120	180	300

Docencia en presencialidad adaptada

Las actividades formativas en la modalidad de docencia en presencialidad adaptada

seguirán lo dispuesto en el Plan de Contingencia 4 de la Facultad de Matemáticas para el curso 2021/2022, o en aquellos que los que lo sustituyan.

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2021-22#horarios>



8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Exámenes (escritos u orales)
Criterios de Valoración	Conocimiento del contenido de los temas que incluye el examen, saber responder a las preguntas teóricas con claridad y rigor, planteamiento de los problemas, correcta utilización de los conceptos y herramientas matemáticos utilizados, explicar con corrección, rigor y claridad la solución de los problemas, interpretación, en su caso, de los resultados obtenidos, honestidad en su realización y buena presentación. [Ver el apartado de Observaciones]
Ponderación	100

Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/maticas/2021-22#exámenes>

9. Resultados del Aprendizaje

- Operar con vectores, bases, subespacios y aplicaciones lineales.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Clasificar matrices y aplicaciones según distintos criterios.
- Triangularizar matrices por eliminación Gaussiana.
- Saber decidir si una matriz o un endomorfismo es diagonalizable y en su caso diagonalizarlos.
- Conocer la noción de espacio afín y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en un sistema de referencia cartesiano: Puntos, vectores, variedades lineales afines, paralelismo e incidencia.
- Conocer la noción de espacio vectorial euclídeo y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en una base ortonormal: Productos escalares, normas, ángulos, ortogonalidad de vectores y de subespacios, proyección ortogonal.



- Conocer la noción de espacio afín euclídeo y saber operar con sus elementos básicos, tanto en abstracto como en términos de coordenadas en un sistema de referencia ortonormal: Puntos, vectores, distancias entre puntos y variedades, variedades ortogonales, proyección ortogonal.
- Desarrollar la intuición geométrica relativa a los conceptos anteriores y aprender a combinarla con el rigor en los argumentos.
- Plantear y resolver problemas geométricos relativos a los contenidos de la asignatura, especialmente en el plano y en el espacio, distinguiendo el contexto afín del afín euclídeo y usando métodos vectoriales o coordenadas en un referencial conveniente.
- Conocer la noción de aplicación afín y su representación matricial. Conocer ejemplos de transformaciones afines y ser capaz de encontrar sus ecuaciones en un referencial.
- Conocer la noción de transformación ortogonal y su representación matricial en una base ortonormal. Saber clasificar transformaciones ortogonales en dimensiones 2 y 3, determinando sus elementos fundamentales.
- Conocer la noción de isometría y su representación matricial en un referencial ortonormal. Saber clasificar isometrías en dimensiones 2 y 3, determinando sus elementos fundamentales.

10. Bibliografía

Bibliografía Básica



Castellet, M.; Llerena, I.. Álgebra Lineal y Geometría. Reverté, 1992. ISBN 84-291-5009-9

Bibliografía Complementaria



Anzola, M.; Caruncho, J.R.. Problemas de Álgebra 3: Espacios Vectoriales. Ed. de los autores, 1981. ISBN 9788430042302.



Anzola, M.; Caruncho, J.R.. Problemas de Álgebra 6: Geometría Afín y Euclídea. Ed. de los autores, 1981. ISBN 9788430052462.



Merino, L.; Santos, E. Álgebra Lineal con Métodos Elementales. Thomson, 2006. ISBN 9788497324816.



Pichaud, J.; Revuz, A.. Geometría. Continental, 1976. ISBN 847051105X.



López Pellicer, M.. Álgebra Lineal y Geometría: Ejercicios. Marl, 1991. ISBN 9788426804044



Hernández, E.. Álgebra y Geometría. Addison-Wesley, 1994. ISBN 9788478290246.

11. Observaciones y recomendaciones

Observaciones sobre la evaluación:

Elementos de evaluación

- Examen parcial: A mitad de curso, coincidiendo con el periodo de exámenes, se propondrá un examen escrito sobre los contenidos teóricos y prácticos vistos durante el primer cuatrimestre, con una duración máxima de tres horas.
- Exámenes globales: En cada uno de los periodos oficiales de exámenes, en las fechas previstas por la Facultad, se propondrá un examen escrito sobre los contenidos globales de la asignatura con duración estimada de 3 horas y media.

Calificación global de la asignatura (para todas las convocatorias): Cada uno de los elementos de evaluación serán calificados sobre 10 puntos.

Si la nota obtenida en el examen parcial no es inferior a 3 puntos el alumno puede optar por realizar en el examen global únicamente la parte que en él se indique como correspondiente al segundo cuatrimestre. En dicho caso, si la calificación obtenida en esta segunda parte no es inferior a 3 puntos sobre 10, la calificación del examen global será la media entre la nota del parcial y la de esta segunda parte (calificada sobre 10).

No obstante, también puede optar por realizar el examen global completo. En este caso, la calificación final será la mejor nota entre el examen global completo y la media entre el primer parcial y la parte del global correspondiente al segundo cuatrimestre.

Si la nota obtenida en el examen parcial es inferior a 3 el alumno deberá realizar el examen global completo.

Para superar la asignatura será necesario obtener 5 puntos.

Utilización de medios fraudulentos. Cuando proceda se aplicará el Artículo 22 del Reglamento de Evaluación de la UMU sobre conductas fraudulentas en las pruebas de evaluación.

Necesidades educativas especiales. Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/>



advv/) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.