



## 1. Identificación

### 1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2019/2020
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS
Nombre de la Asignatura	ÁLGEBRA NO CONMUTATIVA
Código	1606
Curso	CUARTO
Carácter	OPTATIVA
N.º Grupos	1
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	2 Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

### 1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura JOSE LUIS GARCIA HERNANDEZ	Área/Departamento	MATEMÁTICAS
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico /	jlgarcia@um.es
	Página web / Tutoría electrónica	Tutoría Electrónica: NO



Grupo de	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar
Docencia: 1 Coordinación de los grupos:1	Lugar de atención al alumnado	Segundo Cuatrimestre	Lunes	10:00- 12:00	868883678, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.004
		Segundo Cuatrimestre	Miércoles	11:30- 13:30	868883678, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.004
		Segundo Cuatrimestre	Viernes	11:30- 13:30	868883678, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.004

## 2. Presentación

El Álgebra no Conmutativa estudia estructuras algebraicas con una operación que no satisface la propiedad conmutativa, especialmente anillos y álgebras. En este curso presentaremos una introducción a la teoría de anillos y álgebras, incluyendo teorías auxiliares como la teoría de categorías y la teoría de módulos, con aplicaciones a las representaciones de grupos.

## 3. Condiciones de acceso a la asignatura

### 3.1 Incompatibilidades

No consta



### 3.2 Recomendaciones

Es conveniente haber cursado las siguientes asignaturas: Grupos y Anillos, Ecuaciones Algebraicas y Álgebra Conmutativa y haber aprobado al menos la primera.

## 4. Competencias

### 4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

### 4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2. Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4. Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG7. Desarrollar habilidades de iniciación a la investigación.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE5. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.



- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

### 4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. CM1. Manejar algunos ejemplos básicos de anillos no conmutativos
- Competencia 2. CM2. Conocer el concepto de categoría, ejemplos y propiedades básicas de las categorías
- Competencia 3. CM3. Conocer el concepto de producto tensorial de módulos y espacios vectoriales. Ser capaz de calcular productos tensoriales en ejemplos sencillos
- Competencia 4. CM4. Conocer y utilizar los funtores más relevantes entre categorías de módulos
- Competencia 5. CM5. Conocer las propiedades básicas de los módulos libres, proyectivos, inyectivos y planos
- Competencia 6. CM6. Conocer las propiedades de los módulos semisimples y el teorema de Wedderburn-Artin de estructura de los anillos semisimples. Conocer ejemplos de anillos semisimples, en particular los proporcionados por el teorema de Maschke
- Competencia 7. CM7. Conocer el concepto de representación ordinaria de un grupo finito  $G$  sobre un cuerpo  $K$ , reconocerlo como un ejemplo de módulo sobre el anillo semisimple  $K[G]$  y obtener de esto información relevante sobre  $G$
- Competencia 8. CM8. Conocer el concepto de carácter de una representación, y sus propiedades básicas. Calcular tablas de caracteres de grupos sencillos y deducir de ellas propiedades del grupo

## 5. Contenidos

### TEMA 1. Anillos y álgebras

Conceptos básicos de anillos y álgebras. Subanillos, homomorfismos, ideales. Ejemplos de anillos y álgebras. Anillos y álgebras de división: pequeño teorema de Wedderburn y teorema de Frobenius.

### TEMA 2. Módulos

Módulos, submódulos, homomorfismos. Módulos libres. Series de composición y teorema de Jordan-Hölder. Descomposiciones y teorema de Krull-Schmidt.

### TEMA 3. Categorías y categorías de módulos

Categorías y funtores. Categorías de módulos. Sucesiones exactas. Los funtores  $\text{Hom}$  y producto tensorial.

### TEMA 4. Módulos II

Funtores adjuntos. Módulos proyectivos, módulos inyectivos, módulos planos: caracterizaciones.

### TEMA 5. Estructura de los anillos semisimples

Anillos y módulos semisimples. El radical de Jacobson y anillos artinianos. Estructura de los anillos semisimples: teoremas de Wedderburn-Artin. Teorema de Hopkins.



## TEMA 6. Representaciones de grupos y caracteres

Representaciones ordinarias de grupos y teorema de Maschke. Caracteres y relaciones de ortogonalidad. El teorema de Burnside.

## 6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Clases de teoría	Los alumnos dispondrán de apuntes de los diferentes capítulos de la asignatura, además de las oportunas referencias bibliográficas. Las clases de teoría consistirán en la explicación por el profesor de los contenidos de la asignatura y aclaración de las posibles dudas de los alumnos.	44	44	88
Clase de Problemas	Con cada tema se propondrá una lista de problemas, que los alumnos podrán resolver y entregar en el plazo y forma que se estipule. En las clases de problemas se abordarán los más relevantes de entre los propuestos en cada tema.	8	24	32
Exposiciones	Los alumnos que elijan esta opción deberán preparar un tema relacionado con los contenidos de la asignatura de entre los propuestos por el profesor, usando la bibliografía necesaria. En la fecha que se determine el tema será expuesto en clase. La duración de la exposición estará entre una y dos horas.	8	22	30
	Total	60	90	150

## 7. Horario de la asignatura

<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/matematicas/2019-20#horarios>



## 8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Pruebas escritas (exámenes)
Criterios de Valoración	El alumno puede elegir la opción de ser evaluado mediante examen final. El examen consistirá en preguntas teóricas y ejercicios. La valoración tendrá en cuenta la corrección y claridad de las respuestas.
Ponderación	100
Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	El alumno puede elegir ser evaluado mediante la presentación de trabajos que propondrá el profesor y su exposición, junto con la resolución a lo largo del curso de problemas y ejercicios. En este caso, la resolución de problemas contará el 50% de la nota, los trabajos y su exposición supondrán el otro 50%.
Ponderación	50
Métodos / Instrumentos	Presentación pública de trabajos
Criterios de Valoración	Como se ha comentado en el punto SE2, los trabajos y su presentación supondrán en esta opción el 50% de la calificación.
Ponderación	50

### Fechas de exámenes

<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/matematicas/2019-20#exámenes>

## 9. Resultados del Aprendizaje

Manejar algunos ejemplos básicos de anillos no conmutativos.

Conocer las propiedades básicas de los módulos libres y proyectivos.

Conocer el concepto de producto tensorial de módulos y espacios vectoriales. Ser capaz de calcular productos tensoriales en ejemplos sencillos.



Conocer las propiedades de los módulos semisimples y el teorema de Wedderburn-Artin de estructura de los anillos semisimples. Conocer ejemplos de anillos semisimples, en particular los proporcionados por el teorema de Maschke.

Conocer el concepto de representación ordinaria de un grupo finito  $G$  sobre un cuerpo  $K$ , reconocerlo como ejemplo de módulo sobre el anillo semisimple  $K[G]$  y obtener de esto información relevante sobre  $G$ .

Conocer el concepto de caracteres de un grupo y sus propiedades básicas. Calcular tablas de caracteres de grupos sencillos y deducir de ellas propiedades del grupo.

## 10. Bibliografía

### Bibliografía Básica



F.W. Anderson y K.R. Fuller, Rings and categories of modules, Springer-Verlag, 1992.

### Bibliografía Complementaria



P.M. Cohn, An Introduction to Ring Theory, Springer 2000



B. Farb, R. K. Dennis, Noncommutative Algebra, Springer-Verlag 1993



I.M. Isaacs, Character theory of finite groups, Academic Press, 1976



T.Y. Lam, A first course in noncommutative rings, Springer, 2001



R.S. Pierce, Associative Algebras, Springer-Verlag, 1982



L.H. Rowen, Ring Theory, Academic Press, 1988



## 11. Observaciones y recomendaciones

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.