



1. Identificación

1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2012/2013
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS
Nombre de la Asignatura	FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA
Código	1588
Curso	TERCERO y CUARTO(IC)
Carácter	OBLIGATORIA
Nº Grupos	2
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	1º Cuatrimestre y 1º Cuatrimestre(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinador de la asignatura BERNARDO CASCALES SALINAS Grupo: 1 y 2	Área/Departamento	ANÁLISIS MATEMÁTICO/ MATEMÁTICAS
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico /	beca@um.es
	Página web /	http://webs.um.es/beca
	Tutoría electrónica	Tutoría Electrónica: NO
	Teléfono, Horario y Lugar de atención al alumnado	



SALVADOR SANCHEZ- PEDREÑO GUILLEN Grupo: 1 y 2	Área/Departamento	ANÁLISIS MATEMÁTICO/ MATEMÁTICAS			
	Categoría	PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD			
	Correo Electrónico /	pedreno@um.es			
	Página web /	Tutoría Electrónica: NO			
	Tutoría electrónica				
	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar
	Lugar de atención al alumnado	Anual	Lunes	13:00- 14:30	
	Anual	Lunes	16:00- 19:00	868883536, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.009	
	Anual	Jueves	13:00- 14:30	868883536, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.009	

2. Presentación

La asignatura Funciones de Variable Compleja está diseñada para proporcionar a los alumnos un primer contacto con la derivación e integración complejas que, junto con las técnicas de series de potencias, proveen de unas herramientas potentísimas para el tratamiento de muchos problemas físicos y matemáticos. Éste fue el origen del desarrollo, y la razón por la cual, la variable compleja alcanzó un gran éxito rápidamente a lo largo del siglo XIX, desde Cauchy hasta Weierstrass, pasando por Riemann. Sus métodos son ampliamente utilizados en otras ramas de las matemáticas. Incluso hoy en día, cuando se han abierto innumerables líneas de investigación en matemáticas, tanto abstractas como aplicadas, la teoría de funciones analíticas permanece tan impresionante como siempre, y es todavía un modelo a seguir. La potencia de los resultados de la teoría de funciones analíticas se ve ensalzada por la belleza de sus demostraciones y por la precisión con la que encajan todas y cada una de sus partes esenciales. Universidad a universidad, generación tras generación, plan de estudios tras plan de estudios, el Análisis Complejo siempre está presente.



El núcleo del curso que presentamos es la teoría de Cauchy de integración compleja y sus aplicaciones. Hemos apostado, sin duda, por un tratamiento sistemático de las series de potencias como principal proveedor de suficientes funciones que el alumno pueda manipular, aunque también proporcionaremos una visión de las funciones de variable compleja como transformaciones del plano complejo en sí mismo. Inculcaremos al alumno la idea de tratar con entidades concretas del plano complejo, su geometría, las funciones, y experimentar y comprender cómo topología, análisis y geometría interactúan para producir resultados espectaculares.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1 Incompatibilidades

3.2 Recomendaciones

Es recomendable que el alumno este familiarizado con muchas de las técnicas que se estudian en las asignaturas y materias concernientes a Funciones de una variable real I y II, Análisis Matemático en varias variables reales y Topología de los espacios métricos

4. Competencias

4.1 Competencias Transversales

- Ser capaz de expresarse correctamente en español en su ámbito disciplinar. [Transversal1]
- Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en su ámbito disciplinar, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC. [Transversal3]
- Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional. [Transversal4]
- Ser capaz de trabajar en equipo y para relacionarse con otras personas del mismo o distinto ámbito profesional. [Transversal6]
- Desarrollar habilidades de iniciación a la investigación. [Transversal7]

4.2 Competencias de la asignatura y su relación con las competencias de la titulación

Competencia 2. Conocer las propiedades de las funciones definidas por series de potencias y los fundamentos del cálculo formal con desarrollos en serie de potencias. Conocer las técnicas para realizar desarrollos de funciones concretas

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.



Competencia 3. Conocer las funciones elementales de variable compleja, sus propiedades como transformaciones del plano. Aprender técnicas para determinar ramas concretas de sus inversas y realizar desarrollos en serie de potencias de las mismas.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 4. Relacionar la integral de línea real con la integral de línea de funciones complejas y saber utilizarla como herramienta para obtener primitivas de funciones de variable compleja, y en particular para determinar ramas holomorfas de inversas y otras funciones multivaluadas.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 5. Relacionar la derivación en sentido complejo con la diferenciabilidad en sentido real mediante las ecuaciones de Cauchy-Riemann y la propiedad geométrica de conservación de ángulos. Relacionar las funciones holomorfas con las funciones armónicas y saber utilizar la integral de línea para abordar el problema de la existencia y cálculo de función armónica conjugada.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 6. Conocer, saber deducir y aplicar, los resultados centrales de la teoría de Cauchy (Fórmula integral, desigualdades de Cauchy, teoremas de Liouville y de Morera, principio del módulo máximo).

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 7. Conocer y saber aplicar las propiedades locales de las funciones holomorfas, las propiedades de sus ceros y el principio de identidad.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 8. Conocer y saber aplicar las técnicas para realizar desarrollos en serie de potencias y desarrollos de Laurent de funciones concretas.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 9. Saber reconocer cuándo es holomorfa la función definida mediante una fórmula, una serie o una integral dependiente de un parámetro.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.



- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-5: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 10. Saber clasificar las singularidades aisladas de las funciones analíticas, el significado analítico del residuo, y aprender técnicas para su cálculo

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-4: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CGM-5: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-10: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 11. Conocer y saber demostrar el teorema de los residuos y adquirir destreza en sus aplicaciones clásicas al cálculo efectivo de integrales y sumación de series numéricas.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-2: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

Competencia 12. Conocer y saber demostrar el principio del argumento y adquirir destreza en su aplicación al problema de investigar dónde existen ramas de funciones analíticas multivaluadas.

- CGM-1: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CGM-3: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CGM-6: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CGM-11: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

5. Contenidos

TEMA 1 EL PLANO COMPLEJO.

El cuerpo de los números complejos. Topología del plano complejo. Transformaciones de Möbius. Series de números complejos.

TEMA 2 FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA

Derivación compleja y funciones holomorfas: condiciones de Cauchy-Riemann. Series de potencias y funciones analíticas. Funciones elementales. Integral de línea, teoremas de Cauchy y consecuencias. Holomorfía frente a analiticidad. Propiedades locales de las funciones analíticas, ceros y principio de identidad: principio del máximo y de la aplicación abierta; conservación de ángulos.

TEMA 3 SINGULARIDADES AISLADAS Y TEOREMA DE LOS RESIDUOS



Singularidades aisladas y cálculo de residuos. Teorema de los residuos y principio del argumento. Aplicaciones clásicas al cálculo de integrales, sumación de series, y determinación de ramas de funciones analíticas multiformes.

PRÁCTICAS

Práctica 1 Prácticas con ordenador :*Global*

Se utilizará software libre para ilustrar diversos aspectos de la asignatura que son particularmente susceptibles de ser visualizados: transformaciones del plano complejo, geometría del plano, aislamiento de ceros de funciones, etc.

6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Trabajo	Volumen
		Presenciales	Autónomo	de trabajo
Lecciones magistrales	Se desarrollará la teoría de la asignatura en la que se profundizará con los problemas adecuados.	36	0	36
Talleres de problemas	Se utilizarán las sesiones de dos horas asignadas en el horario. Con bastante antelación se entregarán relaciones de ejercicios y problemas a desarrollar en la sesión. Durante la primera hora se resolverán ejercicios y problemas con los alumnos (posibilitando las prácticas con ordenador, exposición por parte de los alumnos de los problemas y tutorizándolos en pequeños grupos por parte de los profesores). Con frecuencia la segunda hora se dejará para el trabajo exclusivo del alumno en el aula que culminará con la entrega voluntaria de ejercicios y problemas evaluados a través de tests.	12	0	12
Laboratorio de prácticas	Se utilizará parte de algunas sesiones de dos horas previstas en el horario para las ilustraciones a través de software libre.	3		3
Tutorías	Se utilizará la segunda hora de los talleres de dos horas previstas en el horario.	3		3



Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Exposiciones	Los alumnos expondrán algunos de los problemas realizados en en los talleres en la segunda de las horas previstas en las sesiones de dos horas.	3		3
Evaluación	Los detalles de la evaluación se describen con detalle en el apartado correspondiente.	3		3

7. Horario de la asignatura

<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/matematicas/2012-13#horarios>

<http://www.um.es/web/vic-estudios/contenido/grados/dobles/pes/matematicas-informatica/2012-13#horarios>



8. Sistema de Evaluación

Competencia Evaluada	Métodos / Instrumentos	Examen y entregas
	Criterios de Valoración	<ul style="list-style-type: none"> • La evaluación consistirá en un examen final (ya programado por la Facultad de Matemáticas) evaluado de 0 a 10 en el que el 30% versará sobre teoría (enunciados, demostraciones y cuestiones teóricas sobre los resultados centrales de la asignatura) y un 70% de ejercicios y problemas (cuestiones prácticas y resolución escrita de ejercicios y problemas). El examen constará de una parte de corrección objetiva (test de respuestas múltiples) y otra parte de desarrollo. • Tal y como se ha comentado en la metodología, el trabajo diario en clase por parte del alumno se complementará con la entrega voluntaria en la misma de problemas a través de tests que serán evaluados por los profesores. Por este trabajo, que supondrá la entrega de cuatro a seis tests durante el cuatrimestre, el alumno podrá obtener hasta dos puntos que se sumarán a la nota del examen final de la asignatura. • Para aprobar la asignatura hay que alcanzar 5 puntos. • En la primera convocatoria extraordinaria se realizará un examen de toda la asignatura con las mismas características del examen final. Una vez calificado se aplicará el incremento correspondiente hasta de dos puntos de la misma forma que se ha descrito para la convocatoria ordinaria. • La evaluación en otras convocatorias extraordinarias se realizará sobre la única base de un examen global.
	Ponderación	10

Fechas de exámenes

<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/matematicas/2012-13#examenes>
<http://www.um.es/web/vic-estudios/contenido/grados/dobles/pes/matematicas-informatica/2012-13#examenes>



9. Bibliografía (básica y complementaria)

Grupo 1



Lecciones de análisis complejo



L. V. Ahlfors, Complex analysis, third ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1978, An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable, International Series in Pure and Applied Mathematics.



J.B. Conway, Functions of one complex variable, second ed., Graduate Texts in Mathematics, vol.~11, Springer-Verlag, New York, 1978.



A.I. Markushevich, Theory of functions of a complex variable. Vol.II, Revised English edition translated and edited by Richard A. Silverman, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1965.



W.Rudin, Análisis real y complejo, tercera ed., McGraw-Hill, 1988.



D.Feyel and A. de la Pradelle, Ejercicios sobre las funciones analíticas, Paraninfo, Madrid, 1980, Con soluciones.



Reinhold Remmert, Theory of complex functions, New York : Springer, 1991



R.V.Churchill, J.W. Brown, Complex Variables and Applications, Fourth Edition, McGraw Hill, 1984

Grupo 2(IC)



Lecciones de análisis complejo



L. V. Ahlfors, Complex analysis, third ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1978, An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable, International Series in Pure and Applied Mathematics.



J.B. Conway, Functions of one complex variable, second ed., Graduate Texts in Mathematics, vol.~11, Springer-Verlag, New York, 1978.



A.I. Markushevich, Theory of functions of a complex variable. Vol.II, Revised English edition translated and edited by Richard A. Silverman, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1965.



W.Rudin, Análisis real y complejo, tercera ed., McGraw-Hill, 1988.



D.Feyel and A. de la Pradelle, Ejercicios sobre las funciones analíticas, Paraninfo, Madrid, 1980, Con soluciones.



Reinhold Remmert, Theory of complex functions, New York : Springer, 1991



R.V.Churchill, J.W. Brown, Complex Variables and Applications, Fourth Edition, McGraw Hill, 1984

10. Observaciones y recomendaciones