



1. Identificación

1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2022/2023
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS
Nombre de la Asignatura	MÉTODOS NUMÉRICOS Y VARIACIONALES DE LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES
Código	1603
Curso	CUARTO
Carácter	OPTATIVA
N.º Grupos	1
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	1 Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura ELISEO CHACON VERA	Área/Departamento	ANÁLISIS MATEMÁTICO/MATEMÁTICAS
	Categoría	PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico /	eliseo@um.es
	Página web / Tutoría electrónica	Tutoría Electrónica: Sí



Grupo de	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
Docencia: 1 Coordinación de los grupos:1	Lugar de atención al alumnado	Anual	Lunes	12:00- 13:00	868884175, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.040-1	Despacho 0.10, planta 0.Tutoría por Videoconferencia Zoom previa cita concertada por mensaje privado en el aula virtual
		Anual	Martes	16:00- 17:00	868884175, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.040-1	Despacho 0.10, planta 0Tutoría por Videoconferencia Zoom previa cita concertada por mensaje privado en el aula virtual
		Anual	Miércoles	16:00- 17:00	868884175, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.040-1	Despacho 0.10, planta 0Tutoría por Videoconferencia Zoom previa cita concertada por mensaje privado en el aula virtual



JOSE PEDRO ORIHUELA CALATAYUD Grupo de Docencia: 1	Área/Departamento	ANÁLISIS MATEMÁTICO/MATEMÁTICAS
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico / Página web / Tutoría electrónica	joseori@um.es https://webs.um.es/joseori/ Tutoría Electrónica: Sí



	Teléfono, Horario y Lugar de atención al alumnado	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
		Anual	Martes	16:00- 18:00	868883539, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.012	Confirmar asistencia por e-mail
		Primer Cuatrimestre	Lunes	11:00- 13:00	868883539, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.012	Confirmar asistencia por e-mail
		Primer Cuatrimestre	Viernes	11:00- 13:00	868883539, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.012	Confirmar asistencia por e-mail
		Segundo Cuatrimestre	Lunes	11:00- 13:00	868883539, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.012	Confirmar asistencia por e-mail
		Segundo Cuatrimestre	Viernes	10:00- 12:00	868883539, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.012	Confirmar asistencia por e-mail



--	--	--

2. Presentación

La asignatura Métodos Numéricos y Variacionales de las Ecuaciones en Derivadas Parciales es una continuación natural de la asignatura Métodos Numéricos de las Ecuaciones Diferenciales. La mayoría de los modelos matemáticos para estudiar fenómenos físicos incluyen la evolucionan en tiempo y en espacio de determinadas cantidades. Como consecuencia usan derivadas en las variables espaciales y en la variable temporal. En esta asignatura optativa nos vamos a centrar en aquellos modelos que se describen mediante una combinación de ambas características, evolución temporal y cambio espacial.

De forma más concreta, en la asignatura se recordarán algunos de los problemas más representativos en las ecuaciones en derivadas parciales como son las ecuaciones hiperbólicas, elípticas y parabólicas. Prototipo de cada una de ellas pueden ser las ecuaciones de transporte, el problema de contorno asociado al operador de Laplace, la ecuación del calor, etc...Una introducción a estos modelos usando el concepto de ley de conservación nos permitirá entender fenómenos físicos de difusión, transporte y reacción, así como hablar del problema de Cauchy, o de valor inicial, y de contorno para una ecuación en derivadas parciales.

Una vez introducidos los problemas modelo nos fijaremos en el Método de Elementos Finitos como técnica de resolución numérica para los mismos.

El Método de los Elementos Finitos se origina en torno a los años 50 en el campo de la ingeniería y en poco tiempo fue bien asimilado y formalizado por la comunidad matemática. Este estudio generó lo que se conoce como la formulación variacional o moderna de las ecuaciones en derivadas parciales en donde, más que aproximar una función por desarrollos de Taylor como se hace con diferencias finitas, una función solución de un problema variacional que, si tenemos simetría, puede ser un mínimo de un funcional de energía del sistema físico que se está estudiando. Esto nos va a llevar a buscar nuestra solución como un elemento de un espacio de Hilbert en donde se define el funcional y a usar un subespacio de dimensión finita de este espacio de Hilbert para aproximar la solución buscada.

Introduciremos por consiguiente los rudimentos básicos de la teoría de distribuciones y de espacios de Sobolev que nos permiten generalizar el concepto clásico de derivada y

también nos permite formalizar de forma adecuada las ecuaciones. En particular, el Lema de Lax-Milgran nos garantiza que el problema está bien planteado siempre que el operador asociado sea definido positivo.



El Método de los Elementos Finitos se puede decir que es la técnica numérica por excelencia hoy en día para problemas de tipo elíptico y se puede entender como una elección sabia del subespacio de dimensión finita de nuestro espacio de Sobolev. Sabia en el sentido de buscar funciones de base simples y con soportes lo más disjuntos posible. Estudiaremos sus propiedades de estabilidad, consistencia y convergencia en algunos problemas modelo y será aplicado de forma práctica a una gran variedad de problemas en dimensión espacial dos (2d) y tres (3d). Por ejemplo, trabajaremos el problema de contorno del operador de Laplace, la ecuación del calor y, si el tiempo lo permite, las ecuaciones de Navier-Stokes 2d para fluidos.

Por lo expuesto anteriormente, el contenido práctico de esta asignatura es bastante importante siendo un total del 40% del trabajo de la misma. Las prácticas de laboratorio se realizarán con el software libre FreeFem++ para los métodos de elementos finitos en 2d y 3d.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1 Incompatibilidades

No consta

3.2 Recomendaciones

Haber adquirido las competencias y conocer los contenidos de las asignaturas y materias de, por orden de importancia: Métodos Numéricos para las Ecuaciones Diferenciales, Introducción al software científico y a la programación, Análisis Numérico Matricial, Cálculo Numérico en una Variable, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Álgebra Lineal, Ampliación de Álgebra Lineal, Funciones de varias variables I, II y III.

4. Competencias

4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética



- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2. Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4. Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG7. Desarrollar habilidades de iniciación a la investigación.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE4. Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.
- CE5. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. Conocer las técnicas básicas de resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales y su traducción a algoritmos. Utilizar el formalismo y el rigor matemático para el diseño, análisis y verificación de las mismas.
- Competencia 2. Resolver numéricamente ecuaciones en derivadas parciales. Implementar en el ordenador estos métodos y saber comparar su eficacia en la resolución de casos prácticos.
- Competencia 3. Entender los conceptos de estabilidad y consistencia de un algoritmo numérico y poder observarlos mediante la implementación del mismo en el computador.



- Competencia 4. Entender las características del modelo físico que se pretende resolver. A partir de este punto saber usar el método numérico más conveniente para la resolución de este problema.

5. Contenidos

TEMA 1. Formulación Variacional de Ecuaciones en Derivadas Parciales.

- Introducción a la teoría de las distribuciones
- Generalizaciones de la noción de solución de una ecuación
- Espacios de Sobolev
- Lema de Lax-Milgram
- Convergencia de la formulación de Galerkin

TEMA 2. Método de los Elementos Finitos

Introducción

Estudio de las propiedades de convergencia.

Implementación en el computador.

PRÁCTICAS

Práctica 1. Introducción a FreeFem++: Relacionada con los contenidos Tema 1 y Tema 2

Se realizará una ligera introducción junto con los rudimentos necesarios para comenzar a trabajar con este software.

Práctica 2. Problemas elípticos en 2d y 3d: Relacionada con los contenidos Tema 1 y Tema 2

Se plantearán, resolverán y visualizarán problemas modelo en geometrías distintas.

Práctica 3. Problemas parabólicos 2d y 3d: Relacionada con los contenidos Tema 1 y Tema 2

Se resolverá la ecuación del calor básica en distintas geometrías y con distintos datos de contorno.

Práctica 4. Ecuaciones de Navier-Stokes 2d: Relacionada con los contenidos Tema 1 y Tema 2

Se resolverán en geometrías simples.



6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Evaluación continua: Clases de Teoría y Problemas	Lecciones magistrales. Apuntes y ejercicios en castellano, inglés o francés. Trabajo teórico 60%	36	37	73.0
Evaluación continua: Practicas en ADLAS (con ordenador)	Sesiones de prácticas para implementar los métodos y plantear y resolver problemas. Trabajo informático 40%	24	53	77.0
	Total	60	90	150

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2022-23#horarios>

8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Exámenes (escritos u orales)
Criterios de Valoración	
Ponderación	0
Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	<p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Precisión y corrección del lenguaje. 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos. 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados. 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados. 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas. <p>Corrección de los trabajos propuestos al alumno.</p>
Ponderación	100



Métodos / Instrumentos	Presentación de trabajos
Criterios de Valoración	
Ponderación	0

Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2022-23#examenes>

9. Resultados del Aprendizaje

- Identificar tipos ecuaciones en derivadas parciales con los fenómenos físicos básicos
- Resolver numéricamente ecuaciones en derivadas parciales de tipo elíptico y parabólico.
- Implementar los métodos correspondientes, seleccionar el método numérico que mejor se ajuste en cada momento al problema planteado.
- Aplicar la resolución de ecuaciones diferenciales a problemas reales
- Conocer un software libre para aproximar la solución de estos problemas.

10. Bibliografía

Bibliografía Básica



ALLAIRE, G. Numerical Analysis and Optimization, Oxford University Press, 2007



Claes Johnson, Numerical Solutions of Partial Differential Equations by the Finite Element Method, Dover (2009).



RAVIART, P.A. and THOMAS, J.M., Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, Editorial Dunod, 2005



FreeFem sitio web



Bartels, Soren, Numerical Approximation of Partial Differential Equations Texts in Applied Mathematics 64, Springer 2016



11. Observaciones y recomendaciones

Sistema de Evaluación: Se recuerda que durante el curso se mantiene un proceso de evaluación continua consistente en la entrega de trabajos con el objetivo de facilitar aprobar el curso mientras éste se está impartiendo. Todo alumno matriculado tiene derecho a presentarse a sus convocatorias oficiales, use o no el sistema de evaluación continua y asista o no a las clases.

Horario y Aula: Ver web de la Facultad.

Necesidades Educativas Especiales: Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.