



## 1. Identificación

### 1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2022/2023
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS y PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN FÍSICA y PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la Asignatura	TOPOLOGÍA DE ESPACIOS MÉTRICOS
Código	6075
Curso	PRIMERO y PRIMERO(IC)
Carácter	FORMACIÓN BÁSICA
N.º Grupos	4
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	2 Cuatrimestre y 2 Cuatrimestre(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

### 1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura MARIA ANGELES HERNANDEZ CIFRE	Área/Departamento	GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA/MATEMÁTICAS
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico /	mhcifre@um.es
	Página web / Tutoría electrónica	webs.um.es/mhcifre/ Tutoría Electrónica: Sí

Grupo de Docencia: 1, 2, 9 y A Coordinación de los grupos:1,2,9(IC) y A(IC)	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar	
	Lugar de atención al alumnado	Anual	Martes	12:00- 14:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035	
		Anual	Miércoles	12:00- 13:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035	
JOSE ANTONIO PASTOR GONZALEZ Grupo de Docencia: 1, 2, 9 y A	Área/Departamento	GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA/MATEMÁTICAS				
	Categoría	PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD				
	Correo Electrónico /	josepastor@um.es				
	Página web / Tutoría	https://gravitacion.es				
	electrónica	Tutoría Electrónica: Sí				
	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
Lugar de atención al alumnado	Anual	Martes	16:00- 17:30	868884170, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.-1.012	Esta tutoría se podrá efectuar bien por video conferencia, bien por cita previa.	
	Anual	Jueves	16:00- 17:30	868884170, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.-1.012	Esta tutoría se podrá efectuar bien por videoconferencia, bien con cita previa.	



JESUS YEPES  NICOLAS  Grupo de Docencia: 1, 2, 9 y A	Área/Departamento	GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA/MATEMÁTICAS				
	Categoría	INVESTIGADOR "RAMON Y CAJAL"				
	Correo Electrónico /	jesus.yepes@um.es				
	Página web / Tutoría electrónica	webs.um.es/jesus.yepes/  Tutoría Electrónica: Sí				
	Teléfono, Horario y Lugar de atención al alumnado	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
	Anual	Martes	14:00- 16:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2	Despacho 0.15	
	Anual	Miércoles	14:00- 15:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2	Despacho 0.15	

## 2. Presentación

El estudiante del Grado en Matemáticas que inicia el segundo cuatrimestre ya conoce los conceptos de continuidad y convergencia en la recta real. Esta asignatura pretende extender dichos conceptos a una situación más general. Se trata de hacer un cambio gradual del análisis real, hasta ahora conocido, a otros espacios más abstractos empleando los espacios métricos como puente. La aproximación a los conceptos más generales se hará a través de su relación con los correspondientes en el cálculo de una variable, con los que el estudiante se encuentra más familiarizado.



Esta asignatura tiene un carácter puramente introductorio. Se definirá el concepto de distancia y de topología asociada a una métrica y, a partir de aquí, se estudiarán las principales nociones asociadas a este tipo de espacios. Se trata de adquirir los conceptos básicos y necesarios para el estudio de otras asignaturas del Grado. Esta asignatura, y su extensión a espacios topológicos generales, es básica en la formación de un matemático y se hace necesaria para el desarrollo de la mayor parte de las materias del Grado que se abordarán en cursos superiores.

### 3. Condiciones de acceso a la asignatura

#### 3.1 Incompatibilidades

No consta

#### 3.2 Recomendaciones

El alumno debería estar adecuadamente familiarizado con los conocimientos correspondientes a las asignaturas de primer cuatrimestre, especialmente "Introducción al Método Matemático", "Conjuntos y números" y "Funciones de una variable real".

### 4. Competencias

#### 4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

#### 4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.



- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4. Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG5. Ser capaz de proyectar los conocimientos, habilidades y destrezas adquiridos para promover una sociedad basada en los valores de la libertad, la justicia, la igualdad y el pluralismo.
- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

#### 4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. CM1. Utilizar los conceptos básicos asociados a la noción de espacio métrico.
- Competencia 2. CM2. Reconocer y utilizar las propiedades sencillas de la topología métrica.
- Competencia 3. CM3. Construir ejemplos de espacios métricos usando las nociones de subespacio métrico y espacio métrico producto.
- Competencia 4. CM4. Saber calcular la adherencia, el interior y la frontera de subconjuntos de algunos espacios métricos, en particular, de los espacios euclídeos.
- Competencia 5. CM5. Determinar cuándo una función entre espacios métricos es continua y, en particular, cuándo es un homeomorfismo.
- Competencia 6. CM6. Identificar los subconjuntos conexos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos.
- Competencia 7. CM7. Relacionar los conceptos de conexión y continuidad en un espacio métrico.
- Competencia 8. CM8. Identificar los subconjuntos compactos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos.
- Competencia 9. CM9. Relacionar los conceptos de compacidad y continuidad en un espacio métrico.
- Competencia 10. CM10. Saber caracterizar diferentes propiedades y conceptos métricos y topológicos mediante el uso de sucesiones, particularmente la continuidad, la completitud, la adherencia, los subconjuntos cerrados y los subconjuntos compactos.

### 5. Contenidos

#### TEMA 1. Espacios métricos



Distancia. Espacio métrico. Ejemplos de espacios métricos. Círculos (o esferas). Subespacio métrico. Distancia a un conjunto y distancia entre conjuntos. Bolas abiertas. Espacios métricos acotados. Topología asociada a una métrica. Conjuntos abiertos y cerrados. Entornos. Espacios topológicos. Subespacios topológicos. Axiomas de numerabilidad y separación. Métricas equivalentes.

#### TEMA 2. Subconjuntos notables

Clausura o adherencia. Conjuntos densos y espacios separables. Puntos de acumulación y aislados. Frontera. Interior. Clausura, interior y frontera relativos. Sucesiones. Convergencia. Caracterización mediante sucesiones de los puntos adherentes y puntos frontera.

#### TEMA 3. Aplicaciones continuas

Continuidad en un punto. Continuidad global. Ejemplos de aplicaciones continuas. Homeomorfismos. Aplicaciones abiertas y cerradas. Continuidad en subespacios. Continuidad uniforme. Isometrías.

#### TEMA 4. Espacios compactos

Espacios y subespacios compactos. Subconjuntos compactos de la recta real. Teorema de Heine-Borel. Compacidad y continuidad. Compacidad por sucesiones.

#### TEMA 5. Espacios métricos completos

Sucesiones de Cauchy. Espacios métricos completos. Relación entre completitud y compacidad. El teorema de Banach o del punto fijo.

#### TEMA 6. Espacios conexos

Espacios conexos. Primeras propiedades. Subespacios conexos de la recta real. Conexión y continuidad. Conexión por arcos o caminos. Componentes conexas.

## 6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Clase magistral de teoría-problemas	Actividades de clase expositiva. Actividades de clase práctica de aula.	43	45	88.00
Resolución de problemas	Actividades de clase práctica de aula. Seminarios.	14	42	56.00
Tutoría ECTS	Tutorías individualizadas o grupales	3	3	6.00



Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
	Total	60	90	150

## 7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2022-23#horarios>

## 8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Exámenes (escritos u orales)
Criterios de Valoración	<p>Examen Final: Ponderación 80%</p> <p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Precisión y corrección del lenguaje.</li> <li>2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos.</li> <li>3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados.</li> <li>4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados.</li> <li>5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas.</li> </ol> <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en el examen.</p>
Ponderación	80



Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	<p>Pruebas escritas (tareas y/o controles): Ponderación 20%</p> <p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Precisión y corrección del lenguaje.</li> <li>2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos.</li> <li>3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados.</li> <li>4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados.</li> <li>5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas.</li> </ol> <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en cada prueba escrita.</p>
Ponderación	20

## Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2022-23#exámenes>

## 9. Resultados del Aprendizaje

Utilizar los conceptos básicos asociados a la noción de espacio métrico.

Reconocer y utilizar las propiedades sencillas de la topología métrica.

Construir ejemplos de espacios métricos usando las nociones de subespacio métrico y espacio métrico producto.

Saber calcular la adherencia, el interior y la frontera de subconjuntos de algunos espacios métricos, en particular, de los espacios euclídeos.

Determinar cuándo una función entre espacios métricos es continua y, en particular, cuándo es un homeomorfismo.

Identificar los subconjuntos conexos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos.

Relacionar los conceptos de conexión y continuidad en un espacio métrico.

Identificar los subconjuntos compactos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos.

Relacionar los conceptos de compacidad y continuidad en un espacio métrico.

Conocer las propiedades más sencillas de los espacios métricos completos.



Relacionar los conceptos de completitud y compacidad en los espacios métricos.

Saber caracterizar diferentes propiedades y conceptos métricos y topológicos mediante el uso de sucesiones, particularmente la continuidad, la completitud, la adherencia, los subconjuntos cerrados y los subconjuntos compactos.

## 10. Bibliografía

### Bibliografía Básica



MARTA MACHO, Topología de espacios métricos. Notas del curso impartido en UNAN Managua (Nicaragua), 2010



MICHEAL O. SEARCOID, Metric Spaces, Springer GTM 2007



W.A. SUTHERLAND. Introduction to Metric and Topological Spaces. Oxford Univ. Press, 2nd edition, 2009. ISBN 978-0-19-956308-1.



López Camino, Rafael., Ejercicios de topología general /(2009) ,Nativola,



Munkres, James R., Topología /(2003) ,Prentice-Hall,



S. A. MORRIS, Topology without tears.

### Bibliografía Complementaria



J. M. DIAZ MORENO. Introducción a la topología de los espacios métricos. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz. Cádiz. 1998.



Shirali, Satish (1940-), Metric spaces /(2006) ,Springer,



Kumaresan, S., Topology of metric spaces /(2009) ,Alpha Science International,



Bujalance, E., Problemas de topología /(1991) ,Universidad Nacional de Educación a Distancia,



Lipschutz, Seymour., Teoría y problemas de topología general.(1970) ,McGraw-Hill,



López Camino, Rafael., Topología / (2014) ,Editorial Universidad de Granada,



Ayala Gómez, Rafael., Elementos de la topología general /(1997) ,Addison-Wesley Iberoamericana,



## 11. Observaciones y recomendaciones

### Nota 1.

La asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación. Se calcularán dos notas: controles/tareas (NC) y examen final (NE), que se calificarán de 0 a 10 puntos. La calificación de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre NE y  $(0,8 \times NE + 0,2 \times NC)$ .

### Nota 2.

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES. Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.