



1. Identificación

1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2017/2018
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS y PROG CONJUNTA DE ESTUDIOS OFICIALES GRADO MATEMÁTICAS Y GRADO ING. INFORMÁTICA
Nombre de la Asignatura	TOPOLOGÍA DE SUPERFICIES
Código	1587
Curso	SEGUNDO y TERCERO(IC)
Carácter	OBLIGATORIA
N.º Grupos	2
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	2º Cuatrimestre y 2º Cuatrimestre(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL
Tipo de Enseñanza	Presencial

1.2. Del profesorado: Equipo Docente



Coordinación de la asignatura PASCUAL LUCAS SAORIN Grupo de Docencia: 1 y 2 Coordinación de los grupos: 1 y 2(IC)	Área/Departamento	MATEMÁTICAS				
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD				
	Correo Electrónico / Página web / Tutoría electrónica	plucas@um.es http://webs.um.es/plucas Tutoría Electrónica: Sí				
	Teléfono, Horario y Lugar de atención al alumnado	Duración	Día	Horario	Lugar	Observaciones
	Anual	Lunes	13:00- 14:00		Despacho 0.08- Facultad de Matemáticas	
	Anual	Miércoles	13:00- 14:00		Despacho 0.08- Facultad de Matemáticas	
Anual	Viernes	13:00- 14:00		Despacho 0.08- Facultad de Matemáticas		

2. Presentación

En esta asignatura se introduce el concepto de espacio topológico general y se estudian sus propiedades más relevantes: continuidad, conexión, compacidad, separación, etc. Se presentan diversas construcciones topológicas que permiten obtener nuevos espacios topológicos a partir de otros conocidos; por ejemplo, los espacios producto y los espacios cociente. También se presentan los conceptos de homotopía y grupo fundamental como herramientas básicas para la clasificación de los espacios topológicos. Finalmente se introducen las superficies, una clase especial de espacios topológicos que generalizan al plano. En el caso de superficies compactas, se puede establecer un teorema de clasificación que es el objetivo final del curso.



La asignatura está fuertemente relacionada con las asignaturas "Topología de espacios métricos", de primer curso, y "Geometría de curvas y superficies" y "Geometría global de superficies", de tercer curso.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1 Incompatibilidades

No consta

3.2 Recomendaciones

Para cursarla con aprovechamiento es recomendable haber superado las asignaturas de primer curso, especialmente "**Conjuntos y números**" y "**Topología de espacios métricos**".

4. Competencias

4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG7. Desarrollar habilidades de iniciación a la investigación.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.



- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE5. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. CM1. Conocer los conceptos de espacio y subespacio topológicos, y los ejemplos más importantes
- Competencia 2. CM2. Conocer los conceptos de conexión, compacidad y separación, y saber determinar cuándo un espacio los satisface
- Competencia 3. CM3. Conocer y manejar el concepto de homeomorfismo
- Competencia 4. CM4. Conocer y manejar las construcciones topológicas básicas: uniones disjuntas, espacios producto y espacios cociente
- Competencia 5. CM5. Conocer el concepto de homotopía, equivalencia homotópica y grado de una aplicación
- Competencia 6. CM6. Conocer el concepto de grupo fundamental y su relación con la homotopía
- Competencia 7. CM7. Saber calcular el grupo fundamental de un espacio topológico
- Competencia 8. CM8. Conocer el concepto de superficie y comprender el teorema de clasificación de superficies compactas

5. Contenidos

Bloque 1: ESPACIOS TOPOLÓGICOS

TEMA 1. Espacios topológicos

1.1 Espacios topológicos. Definición de espacio topológico. Primeros ejemplos. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior y clausura.

1.2 Aplicaciones continuas. Ejemplos.

1.3 Subespacios topológicos. Ejemplos de subespacios topológicos. Espacios métricos y topología métrica.

1.4 Continuidad en la topología inducida. Propiedades. Ejemplos.

1.5 Bases. Base para una topología. Axiomas de numerabilidad.



TEMA 2. Propiedades topológicas

2.1 Conexión. Espacios topológicos conexos. Teoremas del punto fijo y del valor medio. Componentes conexas. Conexión por caminos.

2.2 Compacidad. Recubrimientos y subrecubrimientos. Espacios compactos. Compacidad y funciones continuas.

2.3 Axiomas de separación. Propiedad de Hausdorff. Espacios T_0 , T_1 y T_2 .

2.4 Compacidad en \mathbb{R}^n . El teorema de Heine-Borel.

TEMA 3. Homomorfismos y construcciones topológicas

3.1 Homeomorfismos. Homeomorfismos. Aplicaciones abiertas y cerradas. Embebimientos. Homeomorfismos e invariantes topológicos.

3.2 Uniones disjuntas. Ejemplos.

3.3 Espacios producto. Separación, conexión y numerabilidad. Compacidad.

3.4 Espacios cociente. Relaciones de equivalencia y topología cociente. Los espacios proyectivos. Relaciones de equivalencia abiertas.

Bloque 2: HOMOTOPÍA Y GRUPO FUNDAMENTAL

TEMA 4. Homotopía

4.1 Homotopía. Aplicaciones homotópicas. Homotopía entre dos aplicaciones. Relación de equivalencia: clases de homotopía de aplicaciones. Retractos y retracts de deformación.

4.2 Equivalencia homotópica. Equivalencias homotópicas y espacios homotópicamente equivalentes. Espacios contráctiles.

4.3 La circunferencia. Levantamiento de caminos. Grado de una aplicación. Levantamiento de homotopías. La circunferencia no es contráctil.

4.4 El teorema del punto fijo de Brouwer.

4.5 Campos de vectores. El teorema de la bola peluda.

TEMA 5. El grupo fundamental

5.1 Grupo fundamental. Homotopía de caminos y lazos. El grupo fundamental de un espacio topológico.



5.2 Homomorfismos inducidos. Homomorfismo inducido por una aplicación. Espacio simplemente conexo.

5.3 El grupo fundamental de la circunferencia

5.4 El teorema de Van Kampen. Versión especial. Grupos fundamentales de algunas superficies. Versiones general y clásica del teorema.

Bloque 3: SUPERFICIES

TEMA 6. El número de Euler

6.1 Complejos simpliciales. Símplices y subsímplices. Coordenadas baricéntricas. Complejos simpliciales.

6.2 El número de Euler. El número (o la característica) de Euler de un complejo simplicial. Triangulaciones. Espacios triangulables. El número de Euler de un espacio triangulable.

6.3 Superficies y la característica de Euler. Superficies. Orientabilidad de superficies. Teorema de clasificación de superficies.

6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Trabajo	Volumen
		Presenciales	Autónomo	de trabajo
AF1. Clase magistral de teoría-problemas	Actividades de clase expositiva. Actividades de clase práctica de aula.	40	56	96
AF2. Trabajos dirigidos: taller de problemas	Seminarios. Pruebas escritas.	4	4	8
AF3. Resolución de problemas	Actividades de clase práctica de aula.	16	30	46
	Total	60	90	150

7. Horario de la asignatura

<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/matematicas/2017-18#horarios>



<http://www.um.es/web/matematicas/contenido/estudios/grados/pes/2017-18#horarios>

8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Pruebas escritas (exámenes)
Criterios de Valoración	<p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Precisión y corrección del lenguaje. 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos. 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados. 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados. 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas. <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en cada prueba escrita.</p>
Ponderación	80
Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	<p>En este criterio de evaluación se incluyen los talleres de problemas realizados en grupo y los controles individuales. Tanto los talleres como los controles suponen el 50% del criterio (es decir, el 10% de la calificación global).</p> <p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Precisión y corrección del lenguaje. 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos. 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados. 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados. 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas. <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en cada prueba escrita.</p>
Ponderación	20



Métodos / Instrumentos	Presentación pública de trabajos
Criterios de Valoración	
Ponderación	0

Fechas de exámenes

<http://www.um.es/web/matemáticas/contenido/estudios/grados/matemáticas/2017-18#exámenes>
<http://www.um.es/web/matemáticas/contenido/estudios/grados/pes/2017-18#exámenes>

9. Resultados del Aprendizaje

- Utilizar los conceptos básicos asociados a la noción de espacio topológico: compacidad y conexión.
- Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio producto y espacio cociente.
- Conocer el grupo fundamental de algunos espacios topológicos.
- Reconocer topológicamente las superficies compactas y conocer su clasificación.

10. Bibliografía

Bibliografía Básica



Munkres, J.R. Topology 2ª ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 2000.



Crossley, M.D. Essential topology, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer-Verlag, London, 2005.



Armstrong, M.A. Basic topology, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1983.

11. Observaciones y recomendaciones

Nota 1.



La asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación. Se calcularán tres notas: controles (NC), talleres de problemas (NT) y examen final (NE), que se calificarán de 0 a 10 puntos. La calificación final de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre NE y $0,8 \times NE + 0,1 \times NC + 0,1 \times NT$.

Nota 2.

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES. Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.