



1. Identificación

1.1. De la asignatura

Curso Académico	2024/2025
Titulación	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICA AVANZADA, Programa Académico de Simultaneidad de Doble Titulación con Itinerario específico de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional, Enseñanzas de Idiomas y Enseñanzas Artísticas (Especialidad Matemáticas) y Máster Universitario en Matemática Avanzada
Nombre de la asignatura	GEOMETRÍA CONVEXA Y DISCRETA
Código	6371
Curso	PRIMERO PRIMERO
Carácter	OPTATIVA
Número de grupos	2
Créditos ECTS	6.0
Estimación del volumen de trabajo	150.0 150.0
Organización temporal	1º Cuatrimestre 1º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

1.2. Del profesorado: Equipo docente

YEPES NICOLAS, JESUS

Docente: **GRUPO 1, PCEO PROF+MATEMÁTICAS**

Coordinación de los grupos: **GRUPO 1, PCEO PROF+MATEMÁTICAS**

Coordinador de la asignatura

Categoría

INVESTIGADOR/A "RAMON Y CAJAL"

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento
MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

jesus.yepes@um.es webs.um.es/jesus.yepes/ Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	14:00-16:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2

Observaciones:
Despacho 0.15

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	14:00-15:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2

Observaciones:
Despacho 0.15

HERNANDEZ CIFRE, MARIA ANGELES

Docente: **GRUPO 1, PCEO PROF+MATEMÁTICAS**

Coordinación de los grupos:

Categoría

CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

mhcifre@um.es webs.um.es/mhcifre/ Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	12:00-13:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035

Observaciones:
No consta

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	12:00-14:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035

Observaciones:
No consta

2. Presentación

La convexidad tiene una larga historia. Ya en el famoso "Los Elementos de Euclides" (300 aC) aparecen varias contribuciones a esta materia, relativas principalmente a propiedades de polígonos y poliedros. Sin embargo, fue Arquímedes (287? - 212 aC) el primero en dar una definición precisa de lo que se entendía por una curva o una superficie convexa (en su libro "Sobre la esfera y el cilindro"). A lo largo de la historia han ido apareciendo contribuciones esporádicas a la Geometría Convexa, aunque no es hasta finales del siglo XIX cuando, gracias a matemáticos como Minkowski, el estudio de la Convexidad tiene su máximo apogeo. Además, a lo largo de los años 40 y 50 se descubrieron numerosas aplicaciones importantes de los conjuntos convexos, principalmente en el campo de la optimización geométrica, lo que acrecentó el interés de esta teoría.

La finalidad principal de este curso es introducir al alumno en el estudio e investigación de la Convexidad, el Análisis Geométrico Asintótico y la Geometría Discreta, materias no estudiadas durante el grado/licenciatura. Se empezará por lo tanto "desde cero", introduciendo los conceptos y resultados fundamentales, propios de esta rama de la Geometría, para avanzar progresivamente y alcanzar un conocimiento suficiente que permita, al alumno interesado, ser capaz de iniciar un trabajo de investigación en esta rama de las matemáticas.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1. Incompatibilidades

No constan

3.2. Requisitos

No constan

3.3. Recomendaciones

Álgebra Lineal, Cálculo de una y varias variables, nociones de Teoría de la Medida

4. Competencias

4.1. Competencias básicas

- CB6: Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación
- CB7: Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio
- CB8: Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios
- CB9: Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CB10: Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de aplicar técnicas matemáticas de investigación en diversos campos, tanto de matemática fundamental como aplicada.
- CG3: Ser capaz de aplicar técnicas matemáticas en el desarrollo de proyectos de I+D+i.
- CG4: Ser capaz de aplicar los conocimientos adquiridos para resolver problemas en entornos nuevos o poco conocidos tanto en matemáticas como en contextos más generales o multidisciplinares que estén relacionados con su especialidad. (Meces /BOE (a)).
- CG5: Ser capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios y conjeturas a partir de información incompleta o limitada en la aplicación de técnicas y conocimientos matemáticos. (Meces/BOE (b)).
- CG6: Saber comunicar conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades. (Meces/BOE (c))
- CG7: Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar futuros estudios de forma autodirigido o autónoma. (Meces /BOE (d))
- CG8: Ser capaz de trabajar en grupo y en equipos multidisciplinares.
- CE1: Poseer conocimientos teóricos y prácticos de un área de conocimiento de matemáticas para poder acceder a los estudios de doctorado y realizar una tesis doctoral.
- CE2: Ser capaz de leer críticamente trabajos especializados o de investigación e incorporar los resultados a su trabajo.
- CE3: Ser capaz de abstraer y analizar información sobre diversos procedimientos, y de realizar razonamientos lógicos e identificar errores.
- CE4: Ser capaz de realizar transferencia de resultados matemáticos a otras disciplinas y actividades.
- CE5: Ser capaz de modelar matemáticamente problemas teóricos o reales.
- CE6: Conocer técnicas de resolución y ser capaz de idear procedimientos de resolución de los modelos matemáticos objetos de estudio.
- CE7: Manejar las herramientas informáticas que sirven de ayuda a la resolución de los problemas objeto de estudio.

4.3. Competencias transversales y de materia

- Conocer las propiedades fundamentales de los conjuntos convexos
- Comprender la base de la Teoría de Brunn-Minkowski: conocer las diversas medidas asociadas a un cuerpo convexo y su relación con la suma de Minkowski
- Conocer distintos tipos de simetrizaciones de conjuntos, así como sus propiedades
- Conocer las bases del Análisis Geométrico Asintótico: el teorema del elipsoide de John, la distancia de Banach-Mazur, la conjetura del hiperplano, etc
- Conocer los teoremas fundamentales de Minkowski y algunas de sus múltiples aplicaciones

5. Contenidos

5.1. Teoría

Tema 1: Los conjuntos convexos y sus propiedades

Conjuntos convexos, proyección métrica, hiperplanos soporte, teoremas de separación, politopos, dualidad, representaciones extremales, función soporte, métrica de Hausdorff y teorema de selección de Blaschke

Tema 2: ¿Cómo medir un conjunto? La teoría de Brunn-Minkowski

Volumen, área de superficie, fórmula de Steiner, quermassintegrales, volúmenes mixtos, desigualdad de Brunn-Minkowski, desigualdad isoperimétrica, desigualdades de Minkowski, simetrizaciones de Steiner, central y de Schwarz

Tema 3: Análisis Geométrico Asintótico

Teoremas del elipsoide de John y Löwner, desigualdad isoperimétrica inversa, distancia de Banach-Mazur, secciones casi-esféricas, concentración de la medida en la esfera, conjetura del hiperplano

Tema 4: Geometría Discreta

Retículos, bases, teorema de selección de Mahler, teorema fundamental de Minkowski, aplicaciones a la teoría de números, teorema de Minkowski-Hlawka, mínimos sucesivos, segundo teorema de Minkowski, generalizaciones de los teoremas de Minkowski

5.2. Prácticas

No constan

6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF7: AF7: Clases Teórico/prácticas: Actividades formativas que mezclan las actividades AF1, AF2 y AF3.		48.0	100.0
AF9: AF9: Trabajo autónomo del alumno: Actividades individuales de los alumnos supervisadas o no por el profesor.		102.0	0.0
	Totales	150,00	

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/masteres/matematica-avanzada/2024-25#horarios>

8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	SE1: Resolución de problemas /Casos prácticos: Los profesores propondrán problemas/casos prácticos para que sean resueltos por los alumnos (individualmente o en grupo) explicando las soluciones de forma oral y/o escrita.	Se tendrá en cuenta la correcta resolución de los problemas, así como el rigor matemático en su presentación y exposición También se valorará la participación en las discusiones en el aula	50.0
SE2	SE2: Exposición y realización de trabajos: Realización de trabajos, informes y exposición de los resultados obtenidos y los procedimientos usados, así como respuestas razonadas a las posibles cuestiones que se plantee sobre el mismo.	Se valorará la comprensión detallada del tema a exponer, así como el rigor matemático en su presentación y exposición	50.0
SE3	SE3: Pruebas escritas (exámenes): Pruebas objetivas, de desarrollo, de respuesta corta, de ejecución de tareas, de escala de actitudes realizadas por los alumnos para mostrar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos.	Además de mediante evaluación continua (SE1+SE2), cabe la posibilidad de superar la asignatura realizando un examen (SE3) en los siguientes casos: 1) Modalidad semipresencial: la evaluación se realizará mediante los sistemas SE1 (peso 40%) y SE3 (peso 60%); 2) si por motivos excepcionales el alumno no puede realizar la evaluación continua, en cuyo caso el sistema SE3 tendrá un peso del 100% En dicho examen se valorará la correcta resolución de los problemas planteados, así como el rigor matemático en su presentación	0.0

9. Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/masteres/matematica-avanzada/2024-25#examenes>

10. Resultados del Aprendizaje

Los estudiantes deberán conocer las propiedades fundamentales de los conjuntos convexos, y saber utilizarlas para demostrar nuevos resultados También deberán comprender la base de la Teoría de Brunn-Minkowski y del Análisis Geométrico Asintótico, así como conocer distintos tipos de simetrizaciones de conjuntos Finalmente deberán adquirir una base sólida en teoría de retículos y Geometría de Números, conociendo los teoremas fundamentales de Minkowski y algunas de sus múltiples aplicaciones Es importante que concluyan la asignatura sabiendo aplicar estos conocimientos con el fin de resolver problemas relacionados

11. Bibliografía

Bibliografía básica

- [M. A. Hernández Cifre, J. Yepes Nicolás: Una introducción a la Geometría Convexa y Discreta. Editorial Aula Magna \(Proyecto Clave\), McGraw-Hill, 2021.](#)
- [P. M. Gruber: Convex and Discrete Geometry. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 2007](#)
- [R. Schneider: Convex Bodies: The Brunn-Minkowski Theory. 2nd edition. Cambridge University Press, Cambridge 2014](#)
- [R. Webster: Convexity. Clarendon Press Oxford University Press, New York 1994](#)

Bibliografía complementaria

- [D. Hug, W. Weil: Lectures on convex geometry. Springer, Cham 2020.](#)
- [J. Matoušek: Lectures on discrete geometry. Graduate Texts in Mathematics, 212. Springer-Verlag, New York 2002](#)
- [S. Brazitikos, A. Giannopoulos, P. Valettas, B.-H. Vritsiou: Geometry of isotropic convex bodies. Mathematical Surveys and Monographs, 196. American Mathematical Society, Providence, RI, 2014](#)

12. Observaciones

La evaluación será igual en las tres convocatorias

Los alumnos en modalidad semipresencial podrán asistir a todas las actividades por videoconferencia zoom Las clases se podrán grabar si la situación lo requiere y en ese caso disponibles para todos los alumnos Además se proporcionará el material necesario para poder preparar la asignatura de forma parcialmente autónoma, con asistencia del profesorado mediante tutorías presenciales o a distancia.

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <https://www.um.es/adyv>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".