



1. Identificación

1.1. De la asignatura

Curso Académico	2025/2026
Titulación	MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICA AVANZADA, Programa Académico de Simultaneidad de Doble Titulación con Itinerario específico de Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional, Enseñanzas de Idiomas y Enseñanzas Artísticas (Especialidad Matemáticas) y Máster Universitario en Matemática Avanzada
Nombre de la asignatura	SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS
Código	6366
Curso	PRIMERO PRIMERO
Carácter	OPTATIVA
Número de grupos	2
Créditos ECTS	3.0
Estimación del volumen de trabajo	75.0 75.0
Organización temporal	1º Cuatrimestre 1º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

1.2. Del profesorado: Equipo docente

LINERO BAS, ANTONIO

Docente: **GRUPO 1, PCEO PROF+MATEMÁTICAS**

Coordinación de los grupos: **GRUPO 1, PCEO PROF+MATEMÁTICAS**

Coordinador de la asignatura

Categoría

PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD

Área

ANÁLISIS MATEMÁTICO

Departamento
MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

lineroba@um.es Tutoría electrónica: No

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	13:00-14:00	868883583, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.013-2 (DESPACHO PROF. ANTONIO LINERO BAS 1.11)

Observaciones:

No consta

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Jueves	09:00-10:00	868883583, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.013-2

Observaciones:

Despacho 1.11 (1.ª planta Facultad de Matemáticas)

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	15:30-16:30	868883583, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.013-2 (DESPACHO 1.11)

Observaciones:

No consta

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Lunes	15:30-18:30	868883583, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.013-2 (DESPACHO 1.11)

Observaciones:

No consta

2. Presentación

Esta asignatura pretende acercar a los estudiantes en algunos de los tópicos más importantes de la teoría de sistemas dinámicos discretos, área de investigación de gran relevancia en la actualidad tanto por la riqueza de sus contenidos teóricos como por su utilidad en las ciencias aplicadas

A fin de que los contenidos sean asequibles a un amplio espectro de alumnos (no olvidemos que algunos de ellos no tienen por qué ser, a priori, graduados o licenciados en matemáticas) se ha diseñado un temario de perfil introductorio, que no requiere más prerequisites que una buena base en análisis real. Ello no supone merma alguna en el interés de los contenidos a tratar, que cubrirán, entre otras, cuestiones tan significativas y atractivas como la resolución explícita de ecuaciones en diferencias en el caso lineal, la atracción global y local, la periodicidad y el caos, así como algunas aplicaciones a problemas de las ciencias

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1. Incompatibilidades

No constan

3.2. Requisitos

No constan

3.3. Recomendaciones

Estrictamente hablando, sólo es imprescindible una base razonable de análisis real en una variable, pero es recomendable haber seguido cursos de ecuaciones diferenciales ordinarias, de topología, con énfasis en espacios métricos, y de análisis real en varias variables. Como ideal se propone el haber realizado un curso de teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales

4. Competencias

4.1. Competencias básicas

- CB6: Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación
- CB7: Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio
- CB9: Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades
- CB10: Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de aplicar técnicas matemáticas de investigación en diversos campos, tanto de matemática fundamental como aplicada.
- CG4: Ser capaz de aplicar los conocimientos adquiridos para resolver problemas en entornos nuevos o poco conocidos tanto en matemáticas como en contextos más generales o multidisciplinares que estén relacionados con su especialidad. (Meces /BOE (a)).
- CG5: Ser capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios y conjeturas a partir de información incompleta o limitada en la aplicación de técnicas y conocimientos matemáticos. (Meces/BOE (b)).
- CG6: Saber comunicar conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades. (Meces/BOE (c))
- CG7: Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar futuros estudios de forma autodirigido o autónoma. (Meces /BOE (d))
- CG8: Ser capaz de trabajar en grupo y en equipos multidisciplinares.
- CE1: Poseer conocimientos teóricos y prácticos de un área de conocimiento de matemáticas para poder acceder a los estudios de doctorado y realizar una tesis doctoral.
- CE2: Ser capaz de leer críticamente trabajos especializados o de investigación e incorporar los resultados a su trabajo.

- CE3: Ser capaz de abstraer y analizar información sobre diversos procedimientos, y de realizar razonamientos lógicos e identificar errores.
- CE5: Ser capaz de modelar matemáticamente problemas teóricos o reales.
- CE6: Conocer técnicas de resolución y ser capaz de idear procedimientos de resolución de los modelos matemáticos objetos de estudio.
- CE7: Manejar las herramientas informáticas que sirven de ayuda a la resolución de los problemas objeto de estudio.

4.3. Competencias transversales y de materia

- Dominar la noción de sistema dinámico, en particular la de sistema dinámico discreto, y las nociones básicas asociadas
- Saber describir ciertos fenómenos de la dinámica de poblaciones en términos de adecuados sistemas dinámicos discretos
- Conocer los aspectos básicos de la dinámica lineal y deducir a partir de esta información el comportamiento local de los sistemas no lineales
- Conocer los posibles conjuntos de periodos para una función continua del intervalo e identificar las consecuencias dinámicas de esta propiedad
- Identificar la idea de caos como sensibilidad respecto a las condiciones iniciales y distinguir entre las principales nociones matemáticas del mismo
- Apreciar la influencia de la derivabilidad en el estudio de la dinámica de las funciones del intervalo y saber cómo usarla para reconocer cuando un atractor local es global
- Apreciar la utilidad en el estudio de la dinámica de los conjuntos de Cantor
- Identificar los rudimentos y principios básicos de la teoría ergódica
- Saber implementar un sistema dinámico discreto en el ordenador y cómo utilizar esta herramienta para obtener información relevante del mismo

5. Contenidos

5.1. Teoría

Tema 1: Introducción a los sistemas dinámicos

Nociones fundamentales: puntos fijos, atracción, estabilidad y repulsión Sistemas dinámicos discretos Ejemplos Modelos de dinámica de poblaciones

Tema 2: Ecuaciones en diferencias lineales

Método de resolución Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales Aplicaciones

Tema 3: Atracción local y global

Teoría local El teorema de la aplicación contractiva El teorema de Coppel El teorema de Singer

Tema 4: Periodicidad y caos

Tema 5: Dinámica topológica

Conjuntos de puntos de retorno Minimalidad Shift de Bernoulli, propiedades dinámicas

5.2. Prácticas

■ Práctica 1: La dinámica de la familia logística

Se estudiará, con una herramienta informática adecuada, la rica dinámica de la familia logística, paradigma de la dinámica no lineal en baja dimensión

■ Práctica 2: Dinámica de la familia logística bidimensional

Se harán prácticas con el modelo bidimensional asociado a la ecuación logística bidimensional, en particular en lo que se refiere a las bifurcaciones y a la existencia de órbitas periódicas de todos los periodos

6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF4: AF4: Tutoría o trabajos dirigidos: Dirigir el trabajo de los alumnos cuando están fuera del aula y disponer de un sistema de orientación, tutoría y seguimiento de esas tareas. Puede ser individual o en grupos pequeños.		1.2	100.0
AF5: AF5: Laboratorio prácticas informáticas: Actividades de los alumnos en aulas de informática, realizadas en grupos reducidos o individualmente, dirigidas al uso y conocimiento de TIC, supervisadas por el profesor.		2.4	100.0
AF6: AF6: Procedimientos de evaluación: Actividades formativas incluidas en los procesos de evaluación (informes, redacción, presentación de resultados, discusión con el profesor y otros compañeros, evaluación de otros trabajos, etc.).		1.2	100.0
AF7: AF7: Clases Teórico/prácticas: Actividades formativas que mezclan las actividades AF1, AF2 y AF3.		19.2	100.0
AF9: AF9: Trabajo autónomo del alumno: Actividades individuales de los alumnos supervisadas o no por el profesor.		51.0	0.0
	Totales	75,00	

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/masteres/matematica-avanzada/2025-26#horarios>

8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	SE1: Resolución de problemas/Casos prácticos: Los profesores propondrán problemas/casos prácticos para que sean resueltos por los alumnos (individualmente o en grupo) explicando las soluciones de forma oral y/o escrita.	Se realizarán en clase con la participación de los alumnos Se valorará: la claridad expositiva; el correcto uso del lenguaje matemático y el desarrollo seguido en la resolución; la presentación escrita; la solución final correcta	20.0
SE2	SE2: Exposición y realización de trabajos: Realización de trabajos, informes y exposición de los resultados obtenidos y los procedimientos usados, así como respuestas razonadas a las posibles cuestiones que se plantee sobre el mismo.	Se expondrán en sesiones públicas abiertas Se valorará: la claridad expositiva; el correcto uso del lenguaje matemático; la presentación escrita; la presentación en pizarra o pantalla (vía pdf o power-point); el manejo de referencias de la literatura y su traducción al español; la profundización en las técnicas propias de la asignatura	30.0
SE3	SE3: Pruebas escritas (exámenes): Pruebas objetivas, de desarrollo, de respuesta corta, de ejecución de tareas, de escala de actitudes realizadas por los alumnos para mostrar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos.	Se realizará la corrección de los mismos y resolución en el aula de los mismos Se valorará: el correcto uso del lenguaje matemático y el desarrollo seguido en la resolución; la presentación escrita; la solución final correcta Un examen final escrito será la prueba de evaluación para los alumnos que no hayan seguido la evaluación continua Constará de una parte teórica (80% del total) y de un ejercicio práctico en el aula de Informática (20% del total) Esta modalidad se repetirá en sucesivas convocatorias del mismo curso	40.0
SE4	SE4: Trabajos del alumno: Trabajos escritos con independencia de que se realicen individual o grupalmente.	Corrección de los mismos por el profesor y debate con los autores, también en exposiciones públicas Se valorará: el correcto uso del lenguaje matemático; la presentación escrita; el manejo de las técnicas propias de la asignatura; la resolución final correcta	10.0

9. Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/masteres/matematica-avanzada/2025-26#examenes>

10. Resultados del Aprendizaje

Los alumnos deberán conocer los resultados fundamentales de los contenidos de la asignatura, saber aplicar los conocimientos en la resolución de problemas relacionados con los mismos y deberán estar en condiciones de aplicarlos en algunos modelos, que acompañarán con el conocimiento de algunos rudimentos básicos que permitan la visualización gráfica de su dinámica a largo plazo. Desde el punto de vista de la investigación, el aprendizaje en la asignatura deberá conseguir que el alumno esté en condiciones de profundizar de manera autónoma en el campo de los sistemas dinámicos discretos.

11. Bibliografía

Bibliografía básica

- [Kelley, Walter G., Difference equations : an introduction with applications /\(2001\) ,Academic Press,](#)
- [Melo, Welington de., One-Dimensional dynamics /\(1993\) ,Springer-Verlag,](#)
- [R. DEVANEY: An introduction to chaotic dynamical systems, Westview Press, Boulder. 2003.](#)

Bibliografía complementaria

- [E. SALINELLI y F. TOMARELLI: Modelli dinamici discreti, Springer-Verlag, Milán, 2014.](#)
- [L. Barreira, C. Valls: Dynamical Systems by Example, Springer, Cham \(Suiza\), 2019.](#)
- [L. S. BLOCK y W. A. COPPEL: Dynamics in one dimension, Springer-Verlag, Berlín, 1992.](#)

12. Observaciones

Se proporcionará el material necesario para poder preparar la asignatura de forma parcialmente autónoma (hojas de problemas, referencias bibliográficas), con asistencia del profesorado mediante tutorías presenciales o a distancia. El alumno deberá cumplir los plazos y horarios establecidos para las actividades de evaluación, presentación de trabajos y exposición oral de ejercicios.

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <https://www.um.es/adyv>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".

