CURSO ACADÉMICO 2025/2026



## 1. Identificación

## 1.1. De la asignatura

| Curso Académico                   | 2025/2026   |
|-----------------------------------|---|
| Titulación                        | GRADO EN MATEMÁTICAS,   |
|                                   | PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE<br>TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN<br>MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA |
| Nombre de la asignatura           | ÁLGEBRA CONMUTATIVA   |
| Código                            | 6100  |
| Curso                             | CUARTO QUINTO   |
| Carácter                          | OBLIGATORIA   |
| Número de grupos                  | 2   |
| Créditos ECTS                     | 6.0   |
| Estimación del volumen de trabajo | 150.0 150.0   |
| Organización temporal             | 1º Cuatrimestre 1º Cuatrimestre   |
| Idiomas en que se imparte         | Español   |

## 1.2. Del profesorado: Equipo docente

### SAORIN CASTAÑO, MANUEL

Docente: GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM

Coordinación de los grupos: GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM

Coordinador de la asignatura

#### Categoría

CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD

### Área

ÁLGEBRA

#### Departamento

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

msaorinc@um.es Tutoría electrónica: No

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

### 2. Presentación

El Álgebra Conmutativa proporciona el fundamento común a dos campos importantes de la Matemática: la Geometría Algebraica y la Teoría de Números Se pretende con este curso dar una introducción al Álgebra Conmutativa, estudiando dos temas con aplicaciones geométricas: por una parte, los ideales de anillos de polinomios y sus correspondientes variedades afines; por otra, la estructura de los módulos sobre dominios de ideales principales y su aplicación a la clasificación de los endomorfismos de espacios vectoriales

## 3. Condiciones de acceso a la asignatura

# 3.1. Incompatibilidades

No constan

### 3.2. Requisitos

No constan

#### 3.3. Recomendaciones

En el curso se usan sistemáticamente los conceptos y resultados que se estudian en las asignaturas obligatorias de primer curso "Conjuntos y Números" y "Álgebra Lineal" Igualmente se utilizarán contenidos de las asignaturas "Geometría afín y euclídea", "Ampliación de Álgebra Lineal y Geometría" y "Grupos y Anillos"

# 4. Competencias

## 4.1. Competencias básicas

- CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

## 4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2: Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3: Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG7: Desarrollar habilidades de iniciación a la investigación.
- CG8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE3: Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE6: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

# 4.3. Competencias transversales y de materia

- CM1 Conocer la definición y las propiedades básicas de algunos tipos especiales de ideales sobre anillos conmutativos
  Saber determinar el carácter de un ideal en ejemplos concretos
- CM3 Conocer la definición y las propiedades básicas de los módulos, y la clasificación de los módulos de tipo finito sobre dominios de ideales principales
- CM4 Conocer aplicaciones del estudio de anillos conmutativos a la geometría algebraica
- CM5 Saber clasificar por semejanza endomorfismos de espacios vectoriales y conocer su aplicación en geometría
- CM2 Calcular en anillos de polinomios utilizando bases de Gröbner y ser capaz de aplicarlas a problemas básicos en dichos anillos

### 5. Contenidos

### 5.1. Teoría

### Tema 1: Anillos commutativos y sus ideales

Conceptos elementales de anillos, ideales y homomorfismos de anillos Ideales primos y maximales Operaciones con ideales

#### Tema 2: Anillos noetherianos

Condiciones de cadena en los ideales de un anillo Teorema de la base de Hilbert Teorema de Cohen

### Tema 3: Módulos

Módulos y homomorfismos de módulos Submódulos y módulos cociente Sumas directas Módulos libres Módulos finitamente generados Sucesiones exactas

## Tema 4: Módulos sobre dominios de ideales principales y aplicaciones

Módulos libres sobre un DIP Descomposiciones canónicas de módulos finitamente generados y unicidad de las mismas El caso de grupos abelianos finitos Formas canónicas de matrices cuadradas salvo semejanza

### Tema 5: Variedades algebraicas. Teorema de los ceros de Hilbert

Relaciones entre ideales de un anillo de polinomios y variedades algebraicas afines Teorema de los ceros de Hilbert La topología de Zariski en el espectro de un anillo y en una variedad algebraica

#### 5.2. Prácticas

No constan

## 6. Actividades Formativas

| Actividad Formativa  | Metodología | Horas  | Presencialidad |
|--|-------------|--------|----------------|
| AF1: Exposición teórica-práctica / Clase magistral de teoría-problemas         |             | 40.0   | 100.0          |
| AF2: Tutoría ECTS o trabajos dirigidos   |             | 2.0    | 100.0          |
| AF3: Resolución de problemas / Seminarios / Exposición y discusión de trabajos |             | 18.0   | 100.0          |
| AF5: Trabajo autónomo del estudiante   |             | 90.0   | 0.0            |
|  | Totales     | 150.00 |                |

# 7. Horario de la asignatura

### 8. Sistemas de Evaluación

| Identificador | Denominación<br>del<br>instrumento<br>de evaluación | Criterios de Valoración   | Ponderación |
|---------------|---|---|-------------|
| SE1           | Exámenes<br>(escritos u<br>orales)                  | (Exámenes finales 70% y examen de control 30%) En general: conocimiento de la materia, corrección en el uso del lenguaje matemático y honestidad en la realización individual del trabajo En las preguntas teóricas: corrección, claridad y rigor en las respuestas En los problemas: corrección en el planteamiento y en la utilización de los conceptos teóricos necesarios; correción, claridad y rigor en la resolución y en la utilización de las herramientas necesarias; interpretación, en su caso, de los resultados obtenidos | 100.0       |

### 9. Fechas de exámenes

https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2025-26#examenes

# 10. Resultados del Aprendizaje

Conocer la definición y las propiedades básicas de algunos tipos especiales de ideales sobre anillos conmutativos Saber resolver ejercicios y problemas relativos a esos conceptos

Conocer la definición y las propiedades básicas de los módulos, y la clasificación de los módulos de tipo finito sobre dominios de ideales principales Saber resolver ejercicios y problemas relativos a esos conceptos

Conocer aplicaciones del estudio de anillos conmutativos a la geometría algebraica Saber resolver ejercicios y problemas relativos a esos conceptos

# 11. Bibliografía

## Bibliografía básica

ATIYAH-MACDONALD, Introducción al Álgebra Conmutativa. Reverté, 2005. (Biblioteca 13-2,0/3 y 13-45. ISBN 84-291-5008-0)

# Bibliografía complementaria

BHATTACHARYA-JAIN-NAGPAUL. Basic Abstract Algebra. Cambridge University Press1986. (Biblioteca 10-229. ISBN 0-521-30990-5)

- HUNGERFORD. Algebra. Springer-Verlag, 1974. ISBN 0-387-90518-9
- KUNZ. Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry. Birkhäuser 1985. ISBN 3-7643-3065-1
- MATSUMURA. Commutative ring theory. Cambridge Univ. Press, 1992. (Biblioteca 13-1,0/2 y 13-41. ISBN 0-52125916-9 y 0-521-36764-6)
- REID. Undergraduate commutative algebra. Cambridge Univ. Press, 1997. (Biblioteca 13-12,0/1 y 15-124. ISBN 0-521-45255-4 y 0-521-45889-7)
- SHARP. Steps in commutative algebra (2nd ed.). Cambridge Univ. Press, 2000. (Biblioteca 13-21, 13-26, 13-27 y 13-28. ISBN 0-521-39732-4 y 0-521-64623-5)
- SÁNCHEZ GIRALDA: Álgebra conmutativa y homológica I. Manuales y textos universitarios. Ciencias, 21. Universidad de Valladolid. ISBN 84-7762-658-8

### 12. Observaciones

#### **OBSERVACIONES DE METODOLOGÍA:**

El profesor desarrollará en las horas presenciales previstas los aspectos teóricos del programa, intercalando ejemplos y ejercicios que orienten al alumno en su aprendizaje autónomo Se suministrarán con antelación materiales y referencias adecuados De entre los problemas propuestos en cada capítulo, el profesor resolverá en clase los que considere más relevantes El uso de las tutorías debe ser entendido por los alumnos como muy conveniente para mejorar su proceso de aprendizaje

**OBSERVACIONES SOBRE LA EVALUACIÓN:** Si C denota la calificación del examen de control y F la del examen final en cualquiera de las convocatorias, la calificación final en dicha convocatoria será la mayor de entre 0,3C+0,7F y la nota F del examen final El mencionado examen de control no es eliminatorio

**OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE:** Esta asignatura no se encuentra vinculada de forma directa con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

#### **NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES**

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <a href="https://www.um.es/adyv">https://www.um.es/adyv</a>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

#### REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".