



1. Identificación

1.1. De la asignatura

Curso Académico	2024/2025
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS, PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN FÍSICA, PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la asignatura	TOPOLOGÍA DE SUPERFICIES
Código	6087
Curso	SEGUNDO TERCERO TERCERO
Carácter	OBLIGATORIA
Número de grupos	3
Créditos ECTS	6.0
Estimación del volumen de trabajo	150.0 150.0 150.0
Organización temporal	2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

1.2. Del profesorado: Equipo docente

CASTRO INFANTES, ILDEFONSO

Docente: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinación de los grupos: GRUPO 1

Coordinador de la asignatura

Categoría

PROFESOR AYUDANTE DOCTOR

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

ildefonso.castro@um.es <https://webs.um.es/ildefonso.castro/> Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	10:00-12:00	868883559, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-1 (DESPACHO PROF. ILDEFONSO CASTRO INFANTES)

Observaciones:

No consta

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Lunes	11:00-12:00	868883559, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-1 (DESPACHO PROF. ILDEFONSO CASTRO INFANTES)

Observaciones:

No consta

JAVALOYES VICTORIA, MIGUEL ANGEL

Docente: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinación de los grupos: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Categoría

CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

majava@um.es <http://webs.um.es/majava/> Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	16:00-17:00	868883586, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.034 (DESPACHO PROF. MIGUEL ÁNGEL JAVALOYES VICTORIA 0.04)

Observaciones:

Despacho 0.04 de la Facultad de Matemáticas. Solicitar previamente por mensaje al Aula Virtual

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	12:00-13:00	868883586, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.034 (DESPACHO PROF. MIGUEL ÁNGEL JAVALOYES VICTORIA 0.04)

Observaciones:

Despacho 0.04 de la Facultad de Matemáticas. Solicitar previamente por mensaje al Aula Virtual

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Jueves	10:00-11:00	868883586, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.034 (DESPACHO PROF. MIGUEL ÁNGEL JAVALOYES VICTORIA 0.04)

Observaciones:

Despacho 0.04 de la Facultad de Matemáticas. Solicitar previamente por mensaje al Aula Virtual

MEROÑO BAYO, MIGUEL ANGEL

Docente: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinación de los grupos:

Categoría

PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

mamb@um.es Tutoría electrónica: No

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	16:00-19:00	868884179, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.003

Observaciones:

Despacho 1.02. Concertación previa por mensaje a través del Aula Virtual.

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Lunes	16:00-19:00	868884179, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.1.003

Observaciones:

Despacho 1.02. Concertación previa por mensaje a través del Aula Virtual.

2. Presentación

En esta asignatura se introduce y repasa brevemente el concepto de espacio topológico general y se estudian sus propiedades más relevantes: continuidad, conexión, compacidad, separación, etc. Se presentan diversas construcciones topológicas que permiten obtener nuevos espacios topológicos a partir de otros conocidos; por ejemplo, los espacios producto, la unión disjunta y los espacios cociente. También se presentan los conceptos de homotopía y grupo fundamental como herramientas básicas para la clasificación de los espacios topológicos. Se introduce el concepto de variedad topológica y, como caso particular, el de superficie topológica, una clase especial de espacios topológicos que generalizan a los espacios euclídeos, es particular el plano. En el caso de superficies compactas, se estudia su teorema de clasificación que es el resultado fundamental del curso. Finalmente, se da una introducción a la homología simplicial, como herramienta práctica para distinguir espacios topológicos.

La asignatura está fuertemente relacionada con la asignatura "Topología de espacios métricos", de primer curso, que debería haber sido superada para que esta asignatura pueda ser seguida con normalidad.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1. Incompatibilidades

No constan

3.2. Requisitos

No constan

3.3. Recomendaciones

Para cursarla con aprovechamiento es recomendable haber superado las asignaturas de primer curso, especialmente "**Conjuntos y números**" y "**Topología de espacios métricos**"

4. Competencias

4.1. Competencias básicas

- CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2: Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3: Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4: Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6: Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.

- CG10: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2: Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3: Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE5: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3. Competencias transversales y de materia

- CM1 Conocer los conceptos de espacio y subespacio topológicos, y los ejemplos más importantes
- CM2 Conocer los conceptos de conexión, compacidad y separación, y saber determinar cuándo un espacio los satisface
- CM3 Conocer y manejar el concepto de homeomorfismo
- CM4 Conocer y manejar las construcciones topológicas básicas: uniones disjuntas, espacios producto y espacios cociente
- CM5 Conocer el concepto de homotopía, equivalencia homotópica y grado de una aplicación
- CM6 Conocer el concepto de grupo fundamental y su relación con la homotopía
- CM7 Saber calcular el grupo fundamental de un espacio topológico
- CM8 Conocer el concepto de superficie y comprender el teorema de clasificación de superficies compactas
- CM9 Conocer el concepto de grupo de homología y sus aplicaciones

5. Contenidos

5.1. Teoría

Tema 1: Espacios topológicos y continuidad

Espacios topológicos Conjuntos abiertos Bases y subbases La topología producto La topología del orden Conjuntos cerrados Clausura, interior y frontera Subespacios topológicos Aplicaciones continuas Homeomorfismos Embebimientos Aplicaciones abiertas Aplicaciones cerradas

Tema 2: Numerabilidad y separación

Axiomas de numerabilidad Axiomas de separación Sucesiones Límite de una sucesión

Tema 3: Espacios conexos y espacios compactos

Separación Espacios conexos Componentes conexas Espacios conexos por caminos Conexión local Recubrimientos Espacios compactos Compacidad por sucesiones Compacidad local Compactificación por un punto

Tema 4: Variedades topológicas. Superficies

Espacios localmente euclídeos Variedades topológicas Superficies Ejemplos La topología cociente Uniones disjuntas Suma conexa

Tema 5: Clasificación de las superficies compactas

Símplice Complejos simpliciales El número de Euler Triangulaciones Superficies orientables Clasificación de las superficies compactas Género de una superficie

Tema 6: Homotopía. El grupo fundamental

Aplicaciones homotópicas Equivalencia homotópica Espacios contractibles Homotopía por caminos Lazos El grupo fundamental Espacios simplemente conexos El homomorfismo inducido Aplicaciones recubridoras El grupo fundamental de la circunferencia El teorema de Seifert-Van Kampen Retractos El grupo fundamental de un producto

Tema 7: Grupos de homología

Cadenas simpliciales Operador borde Ciclos y bordes Grupos de homología Numeros de Betti Ejemplos Aplicaciones al análisis de datos

5.2. Prácticas

No constan

6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF1: Exposición teórica-práctica / Clase magistral de teoría-problemas	Actividades de clase expositiva. Exposición teórica o clase magistral dirigida al gran grupo, con independencia de que su contenido sea teórico o práctico. Junto a la exposición de conocimientos, en las clases se plantean cuestiones, se aclaran dudas, se realizan ejemplificaciones, se establecen relaciones con las diferentes actividades teóricas y prácticas que se realizan y se orienta la búsqueda de información.	43.0	100.0
AF2: Tutoría ECTS o trabajos dirigidos	Tutorías en grupo. Sesiones programadas de orientación, revisión o apoyo a los alumnos por parte del profesor con independencia de que los contenidos sean teóricos o prácticos.	3.0	100.0
AF3: Resolución de problemas / Seminarios /	Seminarios. Trabajo de profundización sobre una temática concreta, que puede integrar contenidos teóricos y prácticos, realizado en el aula en grupos reducidos y dirigido por el profesor.	14.0	100.0

Exposición y
discusión de
trabajos

AF5: Trabajo autónomo del estudiante	Trabajo autónomo del alumno. Estudio y preparación de contenidos teóricos y prácticos, lectura, búsqueda y consulta bibliográfica, sistematización de contenidos, resolución de casos, planteamientos prácticos, resolución de problemas, preparación de trabajos o seminarios, exposiciones, preparación de informes, preparación de exámenes, etc.	90.0	0.0
Totales		150,00	

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/maticas/2024-25#horarios>

8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	Exámenes (escritos u orales)	Criterios generales: 1 Precisión y corrección del lenguaje 2 Claridad, coherencia y orden de los razonamientos 3 Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados 4 Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados 5 Correcta resolución de las cuestiones planteadas Criterios específicos: Se indicarán en cada prueba escrita	80.0
SE2	Informes escritos, trabajos y proyectos	Se incluyen las tareas grupales y las tareas/trabajos individuales a lo largo del curso Criterios generales: 1 Precisión y corrección del lenguaje 2 Claridad, coherencia y orden de los razonamientos 3 Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados 4 Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados 5 Correcta resolución de las cuestiones planteadas Criterios específicos: Se indicarán, en su caso, en cada tarea	20.0

9. Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/maticas/2024-25#exámenes>

10. Resultados del Aprendizaje

- Utilizar conceptos básicos asociados a la noción de espacio topológico, especialmente la compacidad y la conexión.
- Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, unión disjunta, espacio producto y espacio cociente.
- Conocer el grupo fundamental de algunos espacios topológicos, especialmente subespacios topológicos del plano \mathbb{R}^2 y del espacio \mathbb{R}^3 .
- Reconocer topológicamente las superficies compactas y conocer su clasificación.

11. Bibliografía

Bibliografía básica

- [Armstrong, M.A. Basic topology, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 1983. ISBN: 0-387-90839-0](#)
- [Crossley, M.D. Essential topology, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer, London, 2010. ISBN: 978-1-85233-782-7](#)
- [Massey, W.S. A basic course in algebraic topology, Springer, New York, 1991. ISBN: 0-387-97430-X](#)
- [Munkres, J.R. Topología, Prentice-Hall, Madrid, 2001 \(1ª ed\), 2003 \(2ª ed\). ISBN: 84-205-3180-4](#)

Bibliografía complementaria

No constan

12. Observaciones

12.1. La asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación; no obstante, la calificación final de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre la nota del examen final y la nota de evaluación continua. La nota de evaluación continua se calcula atendiendo a los siguientes porcentajes: 70% nota del examen final, 10% nota de los test realizados por Aula Virtual en clase y 20% nota de ejercicios y/o trabajos.

12.2. ODS: Esta asignatura no se encuentra vinculada de forma directa a ningún Objetivo de Desarrollo Sostenible

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <https://www.um.es/adyv>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".