



## 1. Identificación

### 1.1. De la asignatura

Curso Académico	2024/2025
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS,  PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN FÍSICA,  PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la asignatura	ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
Código	6085
Curso	SEGUNDO SEGUNDO SEGUNDO
Carácter	OBLIGATORIA
Número de grupos	3
Créditos ECTS	6.0
Estimación del volumen de trabajo	150.0 150.0 150.0
Organización temporal	2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

### 1.2. Del profesorado: Equipo docente

#### **BUENO LINARES, JESUS ANTONIO**

Docente: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinación de los grupos: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinador de la asignatura

#### **Categoría**

PROFESOR AYUDANTE DOCTOR

#### **Área**

## ANÁLISIS MATEMÁTICO

### Departamento

MATEMÁTICAS

### Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

[jabueno@um.es](mailto:jabueno@um.es) Tutoría electrónica: No

### Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

## CHACON VERA, ELISEO

Docente: PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO PCEO MATE+INFORM,

Coordinación de los grupos:

### Categoría

PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD

### Área

ANÁLISIS MATEMÁTICO

### Departamento

MATEMÁTICAS

### Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

[eliseo@um.es](mailto:eliseo@um.es) Tutoría electrónica: Sí

### Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Jueves	12:00-13:30	868884175, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.040-1 (DESPACHO PROF. ELISEO CHACÓN VERA 0.10)

**Observaciones:**  
Avisar con antelación

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	12:00-13:30	868884175, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.040-1 (DESPACHO PROF. ELISEO CHACÓN VERA 0.10)

**Observaciones:**  
Avisar con antelación

## 2. Presentación

Esta asignatura representa el primer contacto en el grado de matemáticas con las ecuaciones diferenciales ordinarias. Se trata de ecuaciones en las que se relaciona una función (la incógnita) con una o más de sus derivadas. Como en cualquier ecuación el primer impulso es resolverla, es decir, encontrar sus soluciones, pero pronto se descubre que esa idea es vana: la mayor parte de ecuaciones diferenciales ordinarias no se pueden resolver, es decir, no tenemos métodos para encontrar explícitamente sus soluciones. A pesar de ello una primera parte del trabajo consistirá en conocer los métodos de cálculo de soluciones para algunas de las familias de ecuaciones más sencillas.

Otro aspecto muy importante es el de las aplicaciones; las ecuaciones diferenciales ordinarias representan uno de los capítulos de las matemáticas más directamente relacionados con otras ciencias, baste decir, por ahora, que la ecuación de Newton de la mecánica clásica es una ecuación diferencial ordinaria.

Finalmente se desarrollará una parte teórica que mostrará resultados que garanticen la existencia de soluciones, la unicidad de las mismas y algunas propiedades analíticas de las mismas soluciones (esto, naturalmente, sin disponer de las soluciones explícitas).

Un aspecto interesante de la asignatura es que necesita conocimientos de varias asignaturas del grado ya cursadas anteriormente: funciones de una y varias variables, espacios métricos y normados, álgebra lineal, física,.

## 3. Condiciones de acceso a la asignatura

### 3.1. Incompatibilidades

No constan

### 3.2. Requisitos

No constan

### 3.3. Recomendaciones

No hay condiciones legales de acceso, pero se recomienda un buen conocimiento de las asignaturas Funciones de una variable real I y II, Funciones de varias variables reales I y Álgebra Lineal

## 4. Competencias

### 4.1. Competencias básicas

- CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

### 4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2: Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3: Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4: Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6: Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2: Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3: Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE5: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

### 4.3. Competencias transversales y de materia

- CM1 Conocer el significado geométrico de las edo y distinguir entre varios tipos (CG1, CG6, CG8, CG10,CE6)
- CM2 Distinguir entre las distintas aproximaciones al estudio y resolución de las edo: resolución explícita, estudio cualitativo y resolución numérica (CG1,CG2,CG6, CG9,CG11,CE1,CE5,CE6)
- CM3 Conocer y manejar ejemplos de aplicación de las edo a modelos de las ciencias experimentales, sociales, económicas e ingenierías (CG1,CG2,CG5,CG6, CG12,CE1,CE2,CE5,CE6)
- CM4 Aprender métodos que permitan resolver por cuadraturas diversas familias de edo (CG1,CG2,CG6,CG8,CG11,CG12, CE1,CE5,CE6)
- CM5 Conocer los resultados más relevantes sobre existencia y unicidad de edo (CG1,CG2,CG6, CG8,CG9,CG10,CG12,CE5, CE6)
- CM7 Reconocer y resolver sistemas lineales de edo con coeficientes constantes (homogéneos y completos) y ecuaciones escalares lineales con coeficientes constantes y orden superior al primero (CG1,CG2,CG6,CG12,CE1,CE5)
- CM8 Entender y saber utilizar las propiedades fundamentales de las soluciones: prolongabilidad, dependencia respecto a parámetros y condiciones iniciales (CG1,CG2,CG6,CG9,CE5,CE6)

- CM6 Conocer la definición de exponencial de un operador lineal sobre un espacio vectorial e dimensión finita y sus propiedades Saber utilizarlo para obtener las soluciones de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes y saber calcularla en cada caso (CG8, CG10, CE1, CE3, CE6)

## 5. Contenidos

### 5.1. Teoría

#### Tema 1: Introducción

Diferentes tipos de ecuaciones en Matemáticas. Primeras definiciones Solución de una ecuación, órbita y trayectoria de un punto. Campos de vectores y campos de direcciones. Método de las isoclinas. Problema de Cauchy para las ecuaciones diferenciales ordinarias escalares y vectoriales. Cambios de variable.

#### Tema 2: Métodos de resolución de EDO

Variables separables Ecuaciones exactas y factores integrantes. Ecuaciones lineales de primer orden Ecuaciones de Bernoulli y de Riccati. Ecuaciones homogéneas y reducibles a ellas. Ecuaciones de Lagrange y de Clairaut.

#### Tema 3: Aplicaciones de las EDO de primer orden

Ley de desintegración radiactiva. Ley de enfriamiento de Newton. Crecimiento de poblaciones. Diferentes situaciones de la segunda Ley de Newton. La braquistócrona. La catenaria. Curvas de persecución. Aplicaciones geométricas. Haces de familias de curvas, haces isogonales.

#### Tema 4: Teoría de existencia y unicidad. Prolongación. Dependencia de parámetros y de valores iniciales

Existencia y unicidad de soluciones. Equivalencia entre ecuaciones diferenciales y ecuaciones integrales. Teoremas de Picard local y global para funciones lipschitzianas. La poligonal de Euler. Teoremas de Peano local y global (enunciado). Prolongación de soluciones. Comportamiento en los extremos de las soluciones no prolongables. Dependencia de las soluciones con relación a valores iniciales y a parámetros. Lema de Gronwall. Lema de Hadamard

#### Tema 5: Ecuaciones y sistemas diferenciales lineales y aplicaciones

Teoremas de existencia y unicidad. Estructura y naturaleza de las soluciones. Matrices fundamentales. Sistemas lineales no homogéneos. Variación de las constantes. Ecuaciones diferenciales lineales de orden  $n$ . Ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Exponencial de una matriz: propiedades, forma de las soluciones de sistemas de ecuaciones con coeficientes constantes en términos de la exponencial de una matriz. Cálculo a través de la forma de escritura de una matriz como suma de semisimple y nilpotente que conmutan. Estructura de soluciones en base a la triangulación de Schur y a la forma canónica de Jordan (real y/o compleja). Atractores, repulsores, subespacios invariantes. Clasificación de sistemas por conjugación lineal. Caso bidimensional Aplicaciones: ecuaciones lineales de orden dos, osciladores mecánicos y circuitos eléctricos RLC Resonancia

### 5.2. Prácticas

#### ■ Práctica 1: Prácticas con software matemático

En clases teóricas y de problemas se recurrirá con cierta frecuencia a software matemático, tanto para resolver ecuaciones, como para visualizar soluciones y órbitas Los estudiantes tendrán que adquirir una cierta soltura de estas herramienta, a través de algunos, ejercicios. Algunos ejemplos de software son las aplicaciones dfield y plane, Octave, Matlab, etc...

**Relacionado con:**

- Tema 1: Introducción
- Tema 2: Métodos de resolución de EDO
- Tema 3: Aplicaciones de las EDO de primer orden
- Tema 5: Ecuaciones y sistemas diferenciales lineales y aplicaciones

## 6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF1: Exposición teórica-práctica / Clase magistral de teoría-problemas		42.0	100.0
AF2: Tutoría ECTS o trabajos dirigidos		3.0	100.0
AF3: Resolución de problemas / Seminarios / Exposición y discusión de trabajos		12.0	100.0
AF4: Prácticas con ordenadores		3.0	100.0
AF5: Trabajo autónomo del estudiante		90.0	0.0
	<b>Totales</b>	150,00	

## 7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2024-25#horarios>

## 8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	Exámenes (escritos u orales)	La evaluación consistirá en un examen de teoría/problemas	100.0
SE2	Informes escritos, trabajos y proyectos	Se evaluará tanto la asimilación de contenidos, el formalismo y su presentación, como la honestidad en el desarrollo del trabajo	0.0
SE3	Presentación de trabajos	Exposición oral y entregables	0.0

Claridad en la exposición, evaluando tanto la asimilación de contenidos, el formalismo y su presentación, como la honestidad en el desarrollo del trabajo

## 9. Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/maticas/2024-25#exámenes>

## 10. Resultados del Aprendizaje

- Conocer el significado geométrico de las ecuaciones diferenciales ordinarias y ser capaz de distinguir entre varios tipos
- Estudiar varios ejemplos de aplicación de ecuaciones diferenciales ordinarias a varios modelos de las ciencias experimentales, sociales, económicas e ingenierías y aprender a realizar interpretaciones
- Aprender a resolver por cuadraturas diversas familias de ecuaciones diferenciales ordinarias
- Calcular con cuidado y sentido, utilizando los conocimientos teóricos para detectar las incoherencias y mediante ellas los posibles errores de cálculo
- Conocer los resultados más relevantes sobre existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias y unicidad o no de soluciones
- Reconocer y saber resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes (homogéneos y no homogéneos) y ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden superior al primero (homogéneas y no homogéneas)
- Entender y saber utilizar las propiedades fundamentales de las soluciones: prolongabilidad, dependencia de parámetros y condiciones iniciales

## 11. Bibliografía

### Bibliografía básica

- [Hirsch, M. W. y Smale, S. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal. Alianza Universidad Textos, 1983.](#)
- [Jiménez López V. Ecuaciones Diferenciales: Cómo aprenderlas, cómo enseñarlas. Sección de Publicaciones de la Universidad de Murcia \(2000\)](#)
- [Kiseliiov A., Krasnov M., Makarenko G. Problemas de Ecuaciones Diferenciales. Editorial Mir \(1997\)](#)
- [Simmons, G.F. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas. Mc.Graw Hill \(2000\)](#)
- [W. E. Boyce, R. C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, Noriega Editores, cop.1998.](#)

### Bibliografía complementaria

- [Arnold, V.I. Équations Différentielles ordinaires. Mir, 1974.](#)

- [Braun, M. Differential Equations and their Applications. Springer-Verlag \(1993\)](#)
- [Coddington E., Levinson N. Theory of Ordinary Differential Equations. Mc Graw Hill \(1955\)](#)
- [Fernández Pérez, Carlos \(matemático\), Ecuaciones diferenciales y en diferencias : sistemas dinámicos\(2003\) , Thomson, 2003.](#)
- [M. de Guzmán, Ecuaciones diferenciales ordinarias : teoría de estabilidad y control. Alhambra, Madrid, 1975.](#)
- [M. de Guzmán, I. Peral, M. Walias, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, Alhambra, Madrid, 1980.](#)
- [Marcellán, F., Casasús, L. y Zarzo, A. Ecuaciones Diferenciales. Problemas Lineales y Aplicaciones. Mc-Graw Hill, 1990.](#)
- [Zill, D.G. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Editorial Thomson \(2002\)](#)

## 12. Observaciones

1-**UTILIZACIÓN DE MEDIOS FRAUDULENTOS:** Cuando proceda se aplicará el Artículo 22 del Reglamento de Evaluación de la UMU sobre conductas fraudulentas en las pruebas de evaluación

2- **NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES** Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.umes/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016 El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, con la LOPD, es de estricta confidencialidad

3- Esta asignatura no se encuentra vinculada de forma directa con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

### NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <https://www.um.es/adyv>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

### REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".