UNIVERSIDAD DE MURCIA

1. Identificación

1.1. De la asignatura

Curso Académico	2024/2025
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS, PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN FÍSICA, PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECÍFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la asignatura	TOPOLOGÍA DE ESPACIOS MÉTRICOS
Código	6075
Curso	PRIMERO PRIMERO PRIMERO
Carácter	FORMACIÓN BÁSICA
Número de grupos	3
Créditos ECTS	6.0
Estimación del volumen de trabajo	150.0 150.0 150.0
Organización temporal	2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre 2º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

1.2. Del profesorado: Equipo docente

YEPES NICOLAS, JESUS

Docente: **GRUPO 1**

Coordinación de los grupos: **GRUPO 1,**

Coordinador de la asignatura

Categoría
INVESTIGADOR/A "RAMON Y CAJAL"

Área

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento
MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica
jesus.yepes@um.es webs.um.es/jesus.yepes/ Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	14:00-16:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2

Observaciones:
Despacho 0.15

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	14:00-15:00	(Sin Extensión), Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.045-2

Observaciones:
Despacho 0.15

PASTOR GONZALEZ, JOSE ANTONIO

Docente: **PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO 1, GRUPO PCEO MATE+INFORM,**

Coordinación de los grupos: **PCEO MATEMÁTICAS+FÍSICA GRUPO PCEO MATE+INFORM,**

Categoría
PROFESORES TITULARES DE UNIVERSIDAD

Área
GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

Departamento
MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica
josepastor@um.es https://gravitacion.es Tutoría electrónica: **Sí**

Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Jueves	16:00-17:30	868884170, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.-1.012

Observaciones:
Esta tutoría se podrá efectuar bien por videoconferencia, bien con cita previa.

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	16:00-17:30	868884170, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.-1.012

Observaciones:
Esta tutoría se podrá efectuar bien por video conferencia, bien por cita previa.

2. Presentación

El estudiante del Grado en Matemáticas que inicia el segundo cuatrimestre ya conoce los conceptos de continuidad y convergencia en la recta real Esta asignatura pretende extender dichos conceptos a una situación más general Se trata de hacer un cambio gradual del análisis real, hasta ahora conocido, a otros espacios más abstractos empleando los espacios métricos como puente La aproximación a los conceptos más generales se hará a través de su relación con los correspondientes en el cálculo de una variable, con los que el estudiante se encuentra más familiarizado.

Esta asignatura tiene un carácter puramente introductorio Se definirá el concepto de distancia y de topología asociada a una métrica y, a partir de aquí, se estudiarán las principales nociones asociadas a este tipo de espacios Se trata de adquirir los conceptos básicos y necesarios para el estudio de otras asignaturas del Grado Esta asignatura, y su extensión a espacios topológicos generales, es básica en la formación de un matemático y se hace necesaria para el desarrollo de la mayor parte de las materias del Grado que se abordarán en cursos superiores.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1. Incompatibilidades

No constan

3.2. Requisitos

No constan

3.3. Recomendaciones

El alumno debería estar adecuadamente familiarizado con los conocimientos correspondientes a las asignaturas de primer cuatrimestre, especialmente "Introducción al Método Matemático", "Conjuntos y números" y "Funciones de una variable real".

4. Competencias

4.1. Competencias básicas

- CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG3: Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4: Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG5: Ser capaz de proyectar los conocimientos, habilidades y destrezas adquiridos para promover una sociedad basada en los valores de la libertad, la justicia, la igualdad y el pluralismo.
- CG6: Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3. Competencias transversales y de materia

- CM1 Utilizar los conceptos básicos asociados a la noción de espacio métrico
- CM2 Reconocer y utilizar las propiedades sencillas de la topología métrica
- CM3 Construir ejemplos de espacios métricos usando las nociones de subespacio métrico y espacio métrico producto
- CM4 Saber calcular la adherencia, el interior y la frontera de subconjuntos de algunos espacios métricos, en particular, de los espacios euclídeos
- CM5 Determinar cuándo una función entre espacios métricos es continua y, en particular, cuándo es un homeomorfismo
- CM6 Identificar los subconjuntos conexos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos
- CM7 Relacionar los conceptos de conexión y continuidad en un espacio métrico
- CM8 Identificar los subconjuntos compactos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos
- CM9 Relacionar los conceptos de compacidad y continuidad en un espacio métrico
- CM10 Saber caracterizar diferentes propiedades y conceptos métricos y topológicos mediante el uso de sucesiones, particularmente la continuidad, la completitud, la adherencia, los subconjuntos cerrados y los subconjuntos compactos

5. Contenidos

5.1. Teoría

Tema 1: Espacios métricos

Distancia Espacio métrico Ejemplos de espacios métricos Círculos (o esferas) Subespacio métrico Distancia a un conjunto y distancia entre conjuntos Bolas abiertas Espacios métricos acotados Topología asociada a una métrica Conjuntos abiertos y cerrados Entornos Espacios topológicos Subespacios topológicos Axiomas de numerabilidad y separación Métricas equivalentes

Tema 2: Subconjuntos notables

Clausura o adherencia Conjuntos densos y espacios separables Puntos de acumulación y aislados Frontera Interior Clausura, interior y frontera relativos Sucesiones Convergencia Caracterización mediante sucesiones de los puntos adherentes y puntos frontera

Tema 3: Aplicaciones continuas

Continuidad en un punto Continuidad global Ejemplos de aplicaciones continuas Homeomorfismos Aplicaciones abiertas y cerradas Continuidad en subespacios Continuidad uniforme Isometrías

Tema 4: Espacios compactos

Espacios y subespacios compactos Subconjuntos compactos de la recta real Teorema de Heine-Borel Compacidad y continuidad Compacidad por sucesiones

Tema 5: Espacios métricos completos

Sucesiones de Cauchy Espacios métricos completos Relación entre completitud y compacidad El teorema de Banach o del punto fijo

Tema 6: Espacios conexos

Espacios conexos Primeras propiedades Subespacios conexos de la recta real Conexión y continuidad Conexión por arcos o caminos Componentes conexas

5.2. Prácticas

No constan

6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF1: Exposición teórica-práctica / Clase magistral de teoría-problemas	Actividades de clase expositiva. Actividades de clase práctica en el aula.	43.0	100.0
AF2: Tutoría ECTS o trabajos dirigidos	Tutorías individualizadas o grupales.	3.0	100.0

AF3: Resolución de problemas / Seminarios / Exposición y discusión de trabajos	Actividades de clase práctica de aula. Seminarios.	14.0	100.0
AF5: Trabajo autónomo del estudiante	Trabajo autónomo del estudiante.	90.0	0.0
	Totales	150,00	

7. Horario de la asignatura

https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2024-25#horarios

8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	Exámenes (escritos u orales)	**Examen Final: Ponderación 80%** **Criterios generales:** 1. Precisión y corrección del lenguaje 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas **Criterios específicos:** Se indicarán en el examen	80.0
SE2	Informes escritos, trabajos y proyectos	**Pruebas escritas (tareas y/o controles): Ponderación 20%** **Criterios generales:** 1. Precisión y corrección del lenguaje 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas **Criterios específicos:**	20.0

Se indicarán en cada prueba escrita

9. Fechas de exámenes

https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2024-25#examenes

10. Resultados del Aprendizaje

Utilizar los conceptos básicos asociados a la noción de espacio métrico
Reconocer y utilizar las propiedades sencillas de la topología métrica
Construir ejemplos de espacios métricos usando las nociones de subespacio métrico y espacio métrico producto
Saber calcular la adherencia, el interior y la frontera de subconjuntos de algunos espacios métricos, en particular, de los espacios euclídeos
Determinar cuándo una función entre espacios métricos es continua y, en particular, cuándo es un homeomorfismo
Identificar los subconjuntos conexos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos
Relacionar los conceptos de conexión y continuidad en un espacio métrico
Identificar los subconjuntos compactos de la recta real y, en general, de los espacios euclídeos
Relacionar los conceptos de compacidad y continuidad en un espacio métrico
Conocer las propiedades más sencillas de los espacios métricos completos
Relacionar los conceptos de completitud y compacidad en los espacios métricos
Saber caracterizar diferentes propiedades y conceptos métricos y topológicos mediante el uso de sucesiones, particularmente la continuidad, la completitud, la adherencia, los subconjuntos cerrados y los subconjuntos compactos

11. Bibliografía

Bibliografía básica

- López Camino, Rafael., Ejercicios de topología general /(2009) ,Natívola,
- MICHEAL O. SEARCOID, Metric Spaces, Springer GTM 2007
- Munkres, James R., Topología /(2003) ,Prentice-Hall,
- W.A. SUTHERLAND. Introduction to Metric and Topological Spaces. Oxford Univ. Press, 2nd edition, 2009. ISBN 978-0-19-956308-1.
- S. A. MORRIS, Topology without tears.

Bibliografía complementaria

- Ayala Gómez, Rafael., Elementos de la topología general /(1997) ,Addison-Wesley Iberoamericana,
- Bujalance, E., Problemas de topología /(1991) ,Universidad Nacional de Educación a Distancia,
- J. M. DIAZ MORENO. Introducción a la topología de los espacios métricos. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz. Cádiz. 1998.
- Kumaresan, S., Topology of metric spaces /(2009) ,Alpha Science International,

- Lipschutz, Seymour., Teoría y problemas de topología general.(1970) ,McGraw-Hill,
- López Camino, Rafael., Topología / (2014) ,Editorial Universidad de Grandada,
- Shirali, Satish (1940-), Metric spaces /(2006) ,Springer,
- MARTA MACHO, Topología de espacios métricos. Notas del curso impartido en UNAN Managua (Nicaragua), 2010

12. Observaciones

Nota 1

La asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación Se calcularán dos notas: controles/tareas (NC) y examen final(NE), que se calificarán de 0 a 10 puntos La calificación de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre NE y (0,8 x NE + 0,2 x NC)

Nota 2

Esta asignatura se encuentra vinculada de forma directa con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 9 "industria, innovación e infraestructura", en concreto con las Metas 95 "aumento de la investigación científica, capacidad tecnológica" y 9B "desarrollo de la tecnología, investigación e innovación"

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - https://www.um.es/adyv) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".