



## 1. Identificación

### 1.1. De la asignatura

Curso Académico	2024/2025
Titulación	PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECIFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la asignatura	GEOMETRÍA GLOBAL DE SUPERFICIES
Código	1594
Curso	CUARTO
Carácter	OBLIGATORIA
Número de grupos	1
Créditos ECTS	6.0
Estimación del volumen de trabajo	150.0
Organización temporal	2º Cuatrimestre
Idiomas en que se imparte	Español

### 1.2. Del profesorado: Equipo docente

#### **HERNANDEZ CIFRE, MARIA ANGELES**

Docente: PCEO MATE+INFOR\_EXTINCION

Coordinación de los grupos: PCEO MATE+INFOR\_EXTINCION

Coordinador de la asignatura

#### **Categoría**

CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD

#### **Área**

GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

#### **Departamento**

MATEMÁTICAS

Correo electrónico / Página web / Tutoría electrónica

### Teléfono, horario y lugar de atención al alumnado

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Miércoles	12:00-13:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035

#### Observaciones:

No consta

Duración:	Día:	Horario:	Lugar:
A	Martes	12:00-14:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035

#### Observaciones:

No consta

## 2. Presentación

Este curso está dedicado al estudio de la llamada Geometría Diferencial Global de Superficies Su nombre se debe a que los resultados que en ella se estudian relacionan propiedades locales de la superficie con otros de carácter global, que tienen que ver con la superficie en su totalidad

## 3. Condiciones de acceso a la asignatura

### 3.1. Incompatibilidades

No constan

### 3.2. Requisitos

No constan

### 3.3. Recomendaciones

Se recomienda haber realizado previamente la asignatura "Geometría de Curvas y Superficies" Además, para poder seguir la asignatura con aprovechamiento, son necesarios conocimientos de Álgebra Lineal, Cálculo de Varias Variables y Topología Un cierto conocimiento de ecuaciones diferenciales podría ser útil, aunque no es en absoluto imprescindible

## 4. Competencias

### 4.1. Competencias básicas

- CB1: Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3: Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5: Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

## 4.2. Competencias de la titulación

- CG1: Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG2: Comprender y expresarse en un idioma extranjero en el ámbito de la Matemática, particularmente en inglés.
- CG3: Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4: Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6: Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9: Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1: Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE2: Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE3: Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.
- CE5: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CE6: Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

## 4.3. Competencias transversales y de materia

- CM1 Conocer las curvas más especiales que nos podemos encontrar en una superficie: las geodésicas
- CM2 Conocer y saber manejar la aplicación exponencial, y entender la simple idea geométrica que se esconde tras ella
- CM3 Conocer diversas caracterizaciones de las geodésicas y saber aplicarlas, para así poder distinguir este tipo de curvas sobre las superficies
- CM4 Saber integrar funciones sobre superficies y calcular áreas de regiones
- CM5 Entender lo que es una variación y saber utilizarla en el estudio de los puntos críticos del área de superficies y la longitud de curvas
- CM6 Saber demostrar y aplicar los resultados principales de existencia de geodésicas y el Teorema de Hopf-Rinow
- CM7 Conocer y saber utilizar el Teorema de Gauss-Bonnet

## 5. Contenidos

### 5.1. Teoría

#### Bloque 1: Geodésicas en superficies

##### Tema 1: El transporte paralelo

Campos de vectores a lo largo de una curva La derivada covariante Paralelismo Campos paralelos a lo largo de una curva Teorema de existencia y unicidad de campos paralelos El transporte paralelo

##### Tema 2: Geodésicas

Definición de geodésica Primeras propiedades Teorema de existencia y unicidad de geodésicas

##### Tema 3: La aplicación exponencial y el lema de Gauss

La aplicación exponencial en un punto Coordenadas normales y coordenadas polares geodésicas El lema de Gauss Aplicaciones El Teorema de Minding

#### Bloque 2: Cálculo variacional en superficies

##### Tema 1: Variaciones de la longitud. Fórmulas de variación

Variación de una curva y campo variacional La primera fórmula de variación para la longitud de arco Las geodésicas como solución de un problema variacional Segunda fórmula de variación para la longitud de arco El Teorema de Bonnet

##### Tema 2: Integración en superficies

Elemento de área de una superficie Integración de una función con respecto al elemento de área

##### Tema 3: Variaciones del área. Superficies minimales

Variaciones Variaciones de soporte compacto Primera fórmula de variación del área Una interpretación variacional de la curvatura media Las superficies minimales como solución a un problema variacional

#### Bloque 3: Completitud y Teorema de Hopf-Rinow

##### Tema 1: Distancia intrínseca en una superficie

Distancia intrínseca en una superficie

##### Tema 2: El Teorema de Hopf-Rinow

El Teorema de Hopf-Rinow Propiedades minimizantes de las geodésicas Completitud geodésica y completitud métrica Compacidad y completitud

#### Bloque 4: El Teorema de Gauss-Bonnet

Tema 1: El Teorema de Gauss-Bonnet (versión local)

Curvatura geodésica y Teorema de Liouville Teorema de rotación de las tangentes La curvatura geodésica total La fórmula de Gauss-Bonnet Aplicaciones

## Tema 2: El Teorema de Gauss-Bonnet (versión global)

La característica de Euler de una superficie El Teorema de Gauss-Bonnet Algunas consecuencias Las Geometrías no Euclídeas Una introducción a las superficies abstractas

## 5.2. Prácticas

No constan

## 6. Actividades Formativas

Actividad Formativa	Metodología	Horas	Presencialidad
AF5: Trabajo autónomo del estudiante		150.0	0.0
	<b>Totales</b>	150,00	

Esta es una asignatura sin docencia (incluida en un plan de estudios en extinción), por lo que las Actividades Formativas reflejadas en este apartado pueden no corresponderse con las realizadas durante el curso y podrán estar redefinidas en el apartado observaciones.

## 7. Horario de la asignatura

No constan

## 8. Sistemas de Evaluación

Identificador	Denominación del instrumento de evaluación	Criterios de Valoración	Ponderación
SE1	Exámenes (escritos u orales)	<b>Examen Final</b>  <b>Criterios generales:</b>  1. Precisión y corrección del lenguaje  2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos  3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados  4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados	100.0

5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas

**Criterios específicos:**

Se indicarán en el examen

Véase el apartado "Observaciones y recomendaciones" para una explicación detallada sobre el cálculo de la nota final

Esta es una asignatura sin docencia (incluida en un plan de estudios en extinción), por lo que los Sistemas de Evaluación reflejados en este apartado pueden no corresponderse con los utilizados durante el curso y podrán estar redefinidos en el apartado observaciones.

## 9. Resultados del Aprendizaje

Conocer las curvas más especiales que nos podemos encontrar en una superficie: las geodésicas

Conocer y saber manejar la aplicación exponencial, y entender la simple idea geométrica que se esconde tras ella

Conocer diversas caracterizaciones de las geodésicas y saber aplicarlas, para así poder distinguir este tipo de curvas sobre las superficies

Saber integrar funciones sobre superficies y calcular áreas de regiones

Entender lo que es una variación y saber utilizarla en el estudio de los puntos críticos del área de superficies y la longitud de curvas

Saber demostrar y aplicar los resultados principales de existencia de geodésicas y el Teorema de Hopf-Rinow

Conocer y saber utilizar el Teorema de Gauss-Bonnet

## 10. Bibliografía

### Bibliografía básica

- [M. A. Hernández Cifre y J. A. Pastor González. Un curso de Geometría Diferencial. 2da edición revisada y ampliada. Publicaciones CSIC, Textos Universitarios 47, Madrid, 2019.](#)
- [M. P. do Carmo. Differential geometry of curves and surfaces. Revised and updated second edition. Dover Publications, Minneola NY 2018.](#)
- [M. P. do Carmo. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies; Alianza Editorial S. A., Madrid, 1995.](#)

### Bibliografía complementaria

- [Andrew Pressley. Elementary differential geometry. Springer, London, 2012. Springer undergraduate mathematics series. ISBN:978-1-84882-890-2](#)

- [Barrett O'Neill. Elementary differential geometry. Elsevier Academic Press, Boston, 2006. ISBN:0-12-088735-5 \(acid-free paper\)978-0-12-088735-4](#)
- [J. McCleary. Geometry from a differentiable viewpoint. Cambridge University Press, Cambridge 1994.](#)
- [Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, 2016. Undergraduate Texts in Mathematics. ISBN 978-3-319-39798-6](#)
- [Masaaki Umehara y Kotaro Yamada. Differential geometry of curves and surfaces. World Scientific, Singapore, 2017. ISBN: 978-981-4740-24-1](#)
- [S. Montiel y A. Ros. Curvas y Superficies; Proyecto Sur D. L., Granada, 1997.](#)

## 11. Observaciones

Para los estudiantes con derecho a docencia, la asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación Se calcularán dos notas: controles/tareas (NC) y examen final(NE), que se calificarán de 0 a 10 puntos La calificación de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre NE y  $(0,8 \times NE + 0,2 \times NC)$

Para estudiantes sin derecho a docencia, la metodología se limita a 150h de trabajo autónomo, y la evaluación al examen final con una ponderación del 100% No obstante, para facilitar el proceso de aprendizaje, siempre que esto no afecte a los estudiantes que cursan esta asignatura con docencia, los estudiantes sin derecho a docencia podrán seguir las actividades docentes y el sistema de evaluación previsto para los estudiantes con derecho a docencia

Esta asignatura se encuentra vinculada de forma directa con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 9 "Industria, innovación e infraestructura", en particular con el 95 "Aumento de la investigación científica, capacidad tecnológica".

### NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES

Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV - <https://www.um.es/adyv>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.

### REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE ESTUDIANTES

El artículo 8.6 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) prevé que "salvo en el caso de actividades definidas como obligatorias en la guía docente, si el o la estudiante no puede seguir el proceso de evaluación continua por circunstancias sobrevenidas debidamente justificadas, tendrá derecho a realizar una prueba global".

Se recuerda asimismo que el artículo 22.1 del Reglamento de Evaluación de Estudiantes (REVA) estipula que "el o la estudiante que se valga de conductas fraudulentas, incluida la indebida atribución de identidad o autoría, o esté en posesión de medios o instrumentos que faciliten dichas conductas, obtendrá la calificación de cero en el procedimiento de evaluación y, en su caso, podrá ser objeto de sanción, previa apertura de expediente disciplinario".