



1. Identificación

1.1. De la Asignatura

Curso Académico	2023/2024
Titulación	GRADO EN MATEMÁTICAS y PROGRAMA ACADÉMICO DE SIMULTANEIDAD DE DOBLE TITULACIÓN CON ITINERARIO ESPECIFICO DE GRADO EN MATEMÁTICAS Y GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Nombre de la Asignatura	GEOMETRÍA GLOBAL DE SUPERFICIES
Código	1594
Curso	TERCERO (SIN DOCENCIA) y CUARTO(IC) (SIN DOCENCIA)
Carácter	OBLIGATORIA
N.º Grupos	2
Créditos ECTS	6
Estimación del volumen de trabajo del alumno	150
Organización Temporal/Temporalidad	2 Cuatrimestre y 2 Cuatrimestre(IC)
Idiomas en que se imparte	ESPAÑOL

1.2. Del profesorado: Equipo Docente

Coordinación de la asignatura MARIA ANGELES HERNANDEZ CIFRE	Área/Departamento	GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA/MATEMÁTICAS
	Categoría	CATEDRATICOS DE UNIVERSIDAD
	Correo Electrónico / Página web / Tutoría electrónica	mhcifre@um.es webs.um.es/mhcifre/ Tutoría Electrónica: SÍ



Grupo de	Teléfono, Horario y	Duración	Día	Horario	Lugar
Docencia: 1 y B Coordinación de los grupos:1 y B(IC)	Lugar de atención al alumnado	Anual	Martes	12:00- 14:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035
		Anual	Miércoles	12:00- 13:00	868887661, Facultad de Matemáticas y Aulario General B1.0.035

2. Presentación

Este curso está dedicado al estudio de la llamada Geometría Diferencial Global de Superficies. Su nombre se debe a que los resultados que en ella se estudian relacionan propiedades locales de la superficie con otros de carácter global, que tienen que ver con la superficie en su totalidad.

3. Condiciones de acceso a la asignatura

3.1 Incompatibilidades

No consta

3.2 Recomendaciones

Se recomienda haber realizado previamente la asignatura "Geometría de Curvas y Superficies". Además, para poder seguir la asignatura con aprovechamiento, son necesarios conocimientos de Álgebra Lineal, Cálculo de Varias Variables y Topología. Un cierto conocimiento de ecuaciones diferenciales podría ser útil, aunque no es en absoluto imprescindible.



4. Competencias

4.1 Competencias Básicas

- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado
- CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

4.2 Competencias de la titulación

- CG1. Ser capaz de expresarse correctamente en español en el ámbito de la Matemática.
- CG3. Ser capaz de gestionar la información y el conocimiento en el ámbito de la Matemática, incluyendo saber utilizar como usuario las herramientas básicas en TIC.
- CG4. Considerar la ética y la integridad intelectual como valores esenciales de la práctica profesional.
- CG6. Ser capaz de trabajar en equipo y relacionarse con otras personas del ámbito de la Matemática o cualquier otro ámbito.
- CG8. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CG9. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de la Matemática.
- CG10. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CG11. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CG12. Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.
- CE1. Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas

4.3 Competencias transversales y de materia

- Competencia 1. CM1. Conocer las curvas más especiales que nos podemos encontrar en una superficie: las geodésicas.



- Competencia 2. CM2. Conocer y saber manejar la aplicación exponencial, y entender la simple idea geométrica que se esconde tras ella.
- Competencia 3. CM3. Conocer diversas caracterizaciones de las geodésicas y saber aplicarlas, para así poder distinguir este tipo de curvas sobre las superficies.
- Competencia 4. CM4. Saber integrar funciones sobre superficies y calcular áreas de regiones.
- Competencia 5. CM5. Entender lo que es una variación y saber utilizarla en el estudio de los puntos críticos del área de superficies y la longitud de curvas.
- Competencia 6. CM6. Saber demostrar y aplicar los resultados principales de existencia de geodésicas y el Teorema de Hopf-Rinow.
- Competencia 7. CM7. Conocer y saber utilizar el Teorema de Gauss-Bonnet.

5. Contenidos

Bloque 1: Geodésicas en superficies

TEMA 1. El transporte paralelo

Campos de vectores a lo largo de una curva. La derivada covariante. Paralelismo. Campos paralelos a lo largo de una curva. Teorema de existencia y unicidad de campos paralelos. El transporte paralelo.

TEMA 2. Geodésicas

Definición de geodésica. Primeras propiedades. Teorema de existencia y unicidad de geodésicas.

TEMA 3. La aplicación exponencial y el lema de Gauss

La aplicación exponencial en un punto. Coordenadas normales y coordenadas polares geodésicas. El lema de Gauss. Aplicaciones. El Teorema de Minding.

Bloque 2: Cálculo variacional en superficies

TEMA 1. Variaciones de la longitud. Fórmulas de variación

Variación de una curva y campo variacional. La primera fórmula de variación para la longitud de arco. Las geodésicas como solución de un problema variacional. Segunda fórmula de variación para la longitud de arco. El Teorema de Bonnet.

TEMA 2. Integración en superficies

Elemento de área de una superficie. Integración de una función con respecto al elemento de área.

TEMA 3. Variaciones del área. Superficies minimales

Variaciones. Variaciones de soporte compacto. Primera fórmula de variación del área. Una interpretación variacional de la curvatura media. Las superficies minimales como solución a un problema variacional.

Bloque 3: Completitud y Teorema de Hopf-Rinow

TEMA 1. Distancia intrínseca en una superficie

Distancia intrínseca en una superficie.

TEMA 2. El Teorema de Hopf-Rinow

El Teorema de Hopf-Rinow. Propiedades minimizantes de las geodésicas. Completitud geodésica y completitud métrica. Compacidad y completitud.

Bloque 4: El Teorema de Gauss-Bonnet

TEMA 1. El Teorema de Gauss-Bonnet (versión local)

Curvatura geodésica y Teorema de Liouville. Teorema de rotación de las tangentes. La curvatura geodésica total. La fórmula de Gauss-Bonnet. Aplicaciones.

TEMA 2. El Teorema de Gauss-Bonnet (versión global)

La característica de Euler de una superficie. El Teorema de Gauss-Bonnet. Algunas consecuencias.

Las Geometrías no Euclídeas. Una introducción a las superficies abstractas.

6. Metodología Docente

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Clase magistral de teoría-problemas	Actividades de clase expositiva. Actividades de clase práctica de aula. El profesor expondrá en la pizarra, apoyándose en presentaciones en su caso, los contenidos fundamentales de cada tema. Estas clases deben ser participativas, resolviéndose las dudas planteadas por los estudiantes sobre cualquiera de los temas vistos hasta el momento.	43	55	98.00

Actividad Formativa	Metodología	Horas Presenciales	Trabajo Autónomo	Volumen de trabajo
Resolución de problemas	Actividades de clase práctica de aula. Seminarios. A lo largo del curso se entregarán diversas hojas de problemas sobre cada uno de los temas desarrollados que los alumnos deberán intentar resolver. El profesor y los propios alumnos los discutirán en la pizarra.	14	34	48.00
Tutoría ECTS	Tutorías individualizadas o grupales.	3	1	4.00
	Total	60	90	150

7. Horario de la asignatura

<https://www.um.es/web/estudios/grados/maticas/2023-24#horarios>

8. Sistema de Evaluación

Métodos / Instrumentos	Exámenes (escritos u orales)
Criterios de Valoración	<p>Examen Final. Ponderación 80%</p> <p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Precisión y corrección del lenguaje. 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos. 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados. 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados. 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas. <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en el examen</p> <p>Véase el apartado "Observaciones y recomendaciones" para una explicación detallada sobre el cálculo de la nota final.</p>
Ponderación	80

Métodos / Instrumentos	Informes escritos, trabajos y proyectos
Criterios de Valoración	<p>Pruebas escritas (controles y/o tareas): Ponderación 20%</p> <p>Criterios generales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Precisión y corrección del lenguaje. 2. Claridad, coherencia y orden de los razonamientos. 3. Conocimiento y manejo de los diferentes conceptos y resultados utilizados. 4. Precisa correlación entre dichos conceptos y resultados. 5. Correcta resolución de las cuestiones planteadas. <p>Criterios específicos:</p> <p>Se indicarán en cada prueba escrita.</p> <p>Véase el apartado "Observaciones y recomendaciones" para una explicación detallada sobre el cálculo de la nota final.</p>
Ponderación	20

Fechas de exámenes

<https://www.um.es/web/estudios/grados/matematicas/2023-24#examenes>

9. Resultados del Aprendizaje

Conocer las curvas más especiales que nos podemos encontrar en una superficie: las geodésicas.

Conocer y saber manejar la aplicación exponencial, y entender la simple idea geométrica que se esconde tras ella.

Conocer diversas caracterizaciones de las geodésicas y saber aplicarlas, para así poder distinguir este tipo de curvas sobre las superficies.

Saber integrar funciones sobre superficies y calcular áreas de regiones.

Entender lo que es una variación y saber utilizarla en el estudio de los puntos críticos del área de superficies y la longitud de curvas.

Saber demostrar y aplicar los resultados principales de existencia de geodésicas y el Teorema de Hopf-Rinow.



Conocer y saber utilizar el Teorema de Gauss-Bonnet.

10. Bibliografía

Bibliografía Básica

-  M. A. Hernández Cifre y J. A. Pastor González. Un curso de Geometría Diferencial. 2da edición revisada y ampliada. Publicaciones CSIC, Textos Universitarios 47, Madrid, 2019.
-  M. P. do Carmo. Differential geometry of curves and surfaces. Revised and updated second edition. Dover Publications, Mineola NY 2018.
-  M. P. do Carmo. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies; Alianza Editorial S. A., Madrid, 1995.

Bibliografía Complementaria

-  Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, 2016. Undergraduate Texts in Mathematics. ISBN 978-3-319-39798-6
-  Barrett O'Neill. Elementary differential geometry. Elsevier Academic Press, Boston, 2006. ISBN:0-12-088735-5 (acid-free paper)978-0-12-088735-4
-  S. Montiel y A. Ros. Curvas y Superficies; Proyecto Sur D. L., Granada, 1997.
-  Andrew Pressley. Elementary differential geometry. Springer, London, 2012. Springer undergraduate mathematics series. ISBN:978-1-84882-890-2
-  Masaaki Umehara y Kotaro Yamada. Differential geometry of curves and surfaces. World Scientific, Singapore, 2017. ISBN:978-981-4740-24-1
-  J. McCleary. Geometry from a differentiable viewpoint. Cambridge University Press, Cambridge 1994.



11. Observaciones y recomendaciones

Para los estudiantes con derecho a docencia., la asignatura será evaluada en los términos indicados en el apartado Evaluación. Se calcularán dos notas: controles/tareas (NC) y examen final (NE), que se calificarán de 0 a 10 puntos. La calificación de la asignatura, en todas las convocatorias del mismo curso académico, será la puntuación máxima entre NE y $(0,8 \times NE + 0,2 \times NC)$.

Para estudiantes sin derecho a docencia, la metodología se limita a 150h de trabajo autónomo, y la evaluación al examen final con una ponderación del 100%. No obstante, para facilitar el proceso de aprendizaje, siempre que esto no afecte a los estudiantes que cursan esta asignatura con docencia, los estudiantes sin derecho a docencia podrán seguir las actividades docentes y el sistema de evaluación previsto para los estudiantes con derecho a docencia.

Esta asignatura se encuentra vinculada de forma directa con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 9 "Industria, innovación e infraestructura", en particular con el 9.5 "Aumento de la investigación científica, capacidad tecnológica"

NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES. Aquellos estudiantes con discapacidad o necesidades educativas especiales podrán dirigirse al Servicio de Atención a la Diversidad y Voluntariado (ADYV; <http://www.um.es/adyv/>) para recibir orientación sobre un mejor aprovechamiento de su proceso formativo y, en su caso, la adopción de medidas de equiparación y de mejora para la inclusión, en virtud de la Resolución Rectoral R-358/2016. El tratamiento de la información sobre este alumnado, en cumplimiento con la LOPD, es de estricta confidencialidad.